Megoldás. Legyen a tetraéder egyik csúcsa O, a másik három pedig A, B, C. Tekintsük a térben azokat az X, Y, Z pontokat, amelyekre

$$\overrightarrow{OX} = \frac{\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}}{2}, \quad \overrightarrow{OY} = \frac{\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}}{2}, \quad \overrightarrow{OZ} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}}{2},$$

ekkor

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OY} + \overrightarrow{OZ}, \quad \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OZ} + \overrightarrow{OX} \quad \text{és} \quad \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OX} + \overrightarrow{OY}.$$

Tehát az A, B, C pontok O-val másodszomszédos csúcsai annak a parallelepipedonnak, amelynek egyik csúcsa O, annak szomszédai pedig X, Y és Z. A tetraéder élei ennek a parallelepipedonnak a lapátlói. A szemközti élek egyenlősége azt jelenti, hogy a parallelepipedon lapjai olyan parallelogrammák, amelyek mindegyikében a két átló egyenlő hosszú. Így a parallelepipedon lapjai téglalapok, vagyis a parallelepipedon téglatest. A lapátlók által bezárt szögek egyenlőségéből arra következtethetünk, hogy a téglatest lapjai hasonlók egymáshoz. Legyen a téglatest egy csúcsból kiinduló éleinek hossza $a \le b \le c$. A lapok hasonlósága szerint

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{c} = \frac{b}{c}\,.$$

Ebből következik, hogy $b = c = a$, azaz a téglatest kocka, a tetraéder tehát valóban szabályos.