

**Megoldás.** Az egyenlet bal oldalának fele a koszinusz függvény összegzési képlete szerint

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x = \sin \frac{\pi}{4} \sin x + \cos \frac{\pi}{4} \cos x = \cos \left( \frac{\pi}{4} - x \right),$$

ezért az egyenlet bal oldalának abszolút értéke legfeljebb 2. Ha a jobb oldal értelmes, akkor  $\operatorname{ctg} x = 1/\operatorname{tg} x$  miatt egy valós szám és a reciprokanak összegeként az abszolút értéke legalább 2. Így az egyenlet minden  $x$  megoldására  $\left| \cos \left( \frac{\pi}{4} - x \right) \right| = 1$ , vagyis  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  teljesül alkalmas  $k$  egész számmal. A jobb oldalt azonosan átalakítva:

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{2}{\sin 2x},$$

ami  $x = \frac{\pi}{4} + l\pi$  (ahol  $l \in \mathbb{Z}$ ) esetén 2. Tehát  $\cos \left( \frac{\pi}{4} - x \right) = 1$ , azaz csak az

$$x = \frac{\pi}{4} + 2l\pi$$

alakú szögek megoldásai az egyenletnek.