

Bizonyítsuk be, hogy az 539. gyakorlatban értelmezett számpárok $y_n : x_n$ hányadosa minden n -re nagyobb $\sqrt{2}$ -nél. Számítsuk ki a hányadosnak $\sqrt{2}$ -vel szemben mutatkozó többletét $n = 1, 2, 3, 4$ -re. Mutassuk meg, hogy ha

$$(1) \quad \frac{y_k}{x_k} - \sqrt{2} = a_k, \quad \text{akkor}$$

$$(2) \quad a_{k+1} = \frac{y_{k+1}}{x_{k+1}} - \sqrt{2} < 0,03 a_k.$$

Mely n -től kezdve közelíti meg az $y_n : x_n$ hányados $\sqrt{2}$ -t 10^{-10} -nél kisebb hibával?