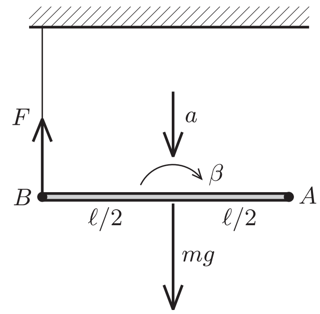
I. megoldás. A jobb oldali fonál elvágása után a bal oldali fonál valamekkora F erőt fejt ki a rúdra. Ennek és a tömegközéppontban ható mg gravitációs erőnek hatására a rúd tömegközéppontja a gyorsulással kezd mozogni függőlegesen lefelé.



Newton mozgásegyenlete szerint

(1) $$mg - F = ma.$$

Másrészt a rúd β szöggyorsulással forogni is kezd, és mivel a rúd bal oldali végpontja nem mozdul el, ezen pont gyorsulása nulla:

(2) $$a - \frac{\ell}{2}\beta = 0.$$

Érvényes továbbá a forgómozgás alapegyenlete: $M = \Theta \cdot \beta$, ahol $M = F \cdot \dfrac{\ell}{2}$ a külső erők eredő forgatónyomatéka a *tömegközéppontra vonatkoztatva,*

$$\Theta = \frac{1}{12}\, m\ell^2$$

pedig a rúd tehetetlensényi nyomatéka ugyancsak a tömegközéppontra vonatkoztatva. A fenti három egyenletből kapjuk, hogy

$$F \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{1}{12}\, m\ell^2 \cdot \beta,$$

vagyis (2) kihasználásával:

(3) $$F = \frac{1}{3} ma.$$

Innen (1)-et is figyelembe véve a fonalat feszítő erőre

$$F = \frac{1}{4} mg = 1{,}2\ \mathrm{N},$$

a tömegközéppont gyorsulására

$$a = \frac{3}{4}\, g \approx 7{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},$$

az A pont gyorsulására pedig

$$a_A = \ell\, \beta = \frac{3}{2}\, g \approx 15\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

adódik. (Érdekes, hogy a rúd szabad vége a szabadesés gyorsulásánál ***nagyobb*** gyorsulással indul el lefelé.)

II. megoldás. Az I. megoldás jelöléseit használva felírhatjuk a tömegközéppontra vonatkozó (1) mozgásegyenletet, a haladó és a forgómozgás közötti (2) kényszerfeltételt, valamint a forgómozgás alapegyenletét a rúd bal oldali B végpontjára:

(4) $$mg \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{1}{3}\, m\ell^2 \cdot \beta.$$

A fenti egyenlet felírásánál kihasználtuk, hogy a rúd tehetetlenségi nyomatéka a végpontjára vonatkoztatva (Steiner tétele szerint)

$$\Theta_B = \frac{1}{12}\, m\ell^2 + m \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}\, m\ell^2,$$

továbbá azt a tényt, hogy egy merev test szögelfordulása (és ezzel együtt a szögsebessége és szoggyorsulása is) független attól, hogy a test melyik pontjához viszonyítjuk ezeket a mennyiségeket.

Az (4) egyenletből közvetlenül adódik, hogy

$$\ell\beta = \frac{3}{2}\,g,$$

ez éppen az A pont gyorsulása, továbbá (1) és (2) felhasználásával a fonalat feszítő erő: $F = \dfrac{1}{4}\,mg.$

Megjegyzés. Megpróbálhatjuk a forgómozgás egyenletét a rúd egy tetszőleges pontjára felírni, és ennek, valamint a tömegközéppont mozgásegyenletének segítségével oldani meg a feladatot. Azt tapasztaljuk, hogy a megoldás két kivételes esettől eltekintve általában *hibás* lesz! Csak akkor kapunk helyes eredményt, ha az I. megoldásban szereplő tömegközéppontot, vagy a II. megoldásban szereplő rúdvégpontot választjuk a forgómozgás leírásában viszonyítási pontnak.

Általánosan vizsgálva a kérdést belátható, hogy a tömegközéppontra vonatkoztatott forgási egyenlet mindig helyes eredményre vezet, attól eltérő P pontra vonatkoztatott egyenlet azonban csak akkor helyes, ha a P pont pillanatnyi gyorsulásvektora a tömegközéppont irányába mutat (vagy nullvektor). Ilyen esetben ugyanis a P ponthoz rögzített gyorsuló koordináta-rendszerből szemlélve a mozgást a tehetetlenségi erőknek nincs tömegközéppontra vonatkoztatott forgatónyomatéka, tehát a forgómozgás leírásánál a tehetetlenségi erők figyelmen kívül hagyhatók.

Elterjedt *hibás* nézet, hogy a forgómozgás egyenletét a tömegközéppont mellett a nulla sebességgel rendelkező pillanatnyi forgási középpontra (ún. momentán centrumra) is felírhatjuk. Ez azonban – jóllehet bizonyos speciális esetekben, pl. a jelen feladatban is helyes eredményre vezet – általában nem igaz. A pillanatnyi forgástengely helye különböző inerciarendszerekben ülő megfigyelők számára máshol van, tehát nem rendelkezik olyan objektív fizikai jelentéssel, mint a mindenki számára ugyanakkorának mutatkozó gyorsulásvektor.