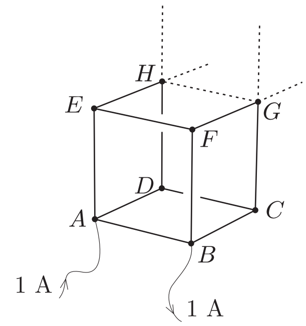
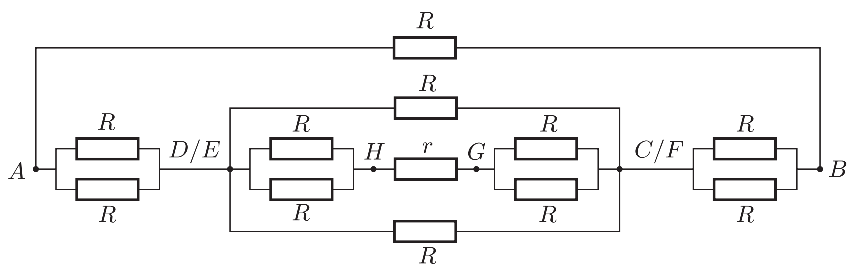
Megoldás. Jelöljük az első „lépcső” csúcsait az *1. ábrán* látható módon! Az A és B pontok közötti eredő ellenállást úgy mérhetjük meg, hogy az A pontnál bevezetünk valamekkora, mondjuk 1 A erősségű áramot, a B pontnál ugyanekkora áramot elvezetünk. Ha megmérjük az A és B pont közötti feszültséget, annak számértéke éppen az eredő ellenállással lesz egyenlő.



1. ábra

Vegyük észre, hogy az említett kapcsolásban – a rács szimmetriája miatt – a C és F pontok ekvipotenciálisak, és ugyancsak azonos potenciálú a D és az E pont is. Ezért a „lépcső” ellenállása nem változna meg, ha ezeket a csúcspont-párokat összekötnénk. Jelöljük C/F-fel és D/E-vel ezeket a rövidrezárt pontokat!

Másik észrevételünk: a nagyon hosszú lépcsőnek G és H közötti (az ábrán szaggatott vonallal jelölt) részének eredő ellenállása ugyanakkora, mint az A és B pont közötti eredő ellenállás. Jelöljük ezt a (keresett) eredő ellenállást r-rel! A kapcsolás a *2. ábrán* látható módon átrajzolható, és az eredő ellenállása soros és párhuzamos kapcsolások sorozataként számítható.



2. ábra

Az egymással párhuzamosan kapcsolt R nagyságú ellenállások egy-egy $R/2$ nagyságú ellenállással helyettesíthetők. A D/E és C/F pontok között három párhuzamos ágat látunk. Ezek eredője

$$\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{r+R}+\frac{1}{R}\right)^{-1}=\frac{R(r+R)}{2r+3R},$$

az A és B pontok közötti alsó ág teljes ellenállása pedig

$$\frac{R}{2}+\frac{R(r+R)}{2r+3R}+\frac{R}{2}=\frac{R(3r+4R)}{2r+3R}.$$

Ezzel az ellenállással párhuzamosan van kapcsolva a felső ág R ellenállása, és az eredőjük (a lépcső „végtelen” hosszúságából adódó feltétel szerint) r kell legyen:

$$\frac{1}{R}+\frac{2r+3R}{R(3r+4R)}=\frac{1}{r}.$$

Ez a feltétel algebrai átalakítások után

$$5r^2+4Rr-4R^2=0$$

alakra hozható. Ennek a másodfokú egyenletnek pozitív megoldása r-re:

$$r=\frac{2}{5}\left(\sqrt{6}-1\right)\cdot R\approx 0{,}58\,R.$$