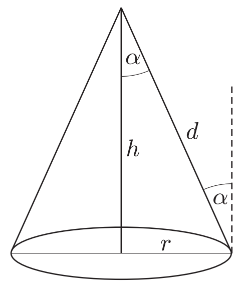
I. megoldás. Egy pontszerű fényforrás által létrehozott megvilágítás erőssége (vagyis az egységnyi idő alatt az energiaáramlásra merőlegesen felvett egységnyi felületre jutó fényenergia)

$$E=\frac{I}{d^2}\cos\alpha,$$

ahol d a fényforrás és a megvilágított felületdarabka távolsága, α a felületre merőleges egyenes és a fény terjedési iránya közötti szög, I pedig a fényforrás fényerőssége.



Az asztal szélének megvilágítása az *ábra* alapján

$$E=\frac{I}{d^2}\cdot\frac{h}{d}=\frac{Ih}{\left(r^2+h^2\right)^{3/2}}\,.$$

Látható, hogy adott fényforrás, tehát adott I esetén a megvilágítás erőssége akkor a legnagyobb, amikor az

$$f(h)=\frac{h}{\left(r^2+h^2\right)^{3/2}}$$

függvény értéke maximális.

Deriváljuk az $f(h)$ függvényt h szerint!

$$f'(h)=\frac{\left(r^2+h^2\right)^{3/2}-h\cdot\frac{3}{2}\sqrt{r^2+h^2}\cdot 2h}{\left(r^2+h^2\right)^3}\,.$$

A függvény maximális értékénél a derivált nulla:

$$f'(h)=\left(r^2+h^2\right)^{-3/2}-3h^2\left(r^2+h^2\right)^{-5/2}=0,$$

azaz

$$\left(r^2+h^2\right)-3h^2=0,\qquad\text{vagyis}\qquad\frac{r}{h}=\sqrt{2}.$$

Tehát az asztal széle akkor részesül a legnagyobb megvilágításban, amikor a fényforrást az asztallap középpontja fölött

$$h=\frac{r}{\sqrt{2}}$$

magasságban helyezzük el.

II. megoldás. Vizsgáljuk az asztal szélének megvilágítottságát az I. megoldás *ábráján* látható α szög függvényében! Mivel

$$d=\frac{r}{\sin\alpha}\,,$$

a megvilágítás:

$$E=\frac{I}{d^2}\cos\alpha=\frac{I}{r^2}\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha.$$

Ennek a függvénynek ott lesz maximuma, ahol $\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha$ a legnagyobb értéket veszi fel. Számítógéppel kiszámolva és ábrázolva ezt a függvényt a számított mennyiségek táblázatából vagy a grafikonról leolvashatjuk, hogy a keresett maximum $\alpha\approx 54{,}7^\circ$-nál van. A fényforrás magassága ebben az esetben

$$h=\frac{r}{\operatorname{tg}\alpha}\approx 0{,}71\,r.$$