Megoldás. Legyen a számtani sorozat $a_1 = a$, $a_2 = a + d$, $a_3 = a + 2d$, $\ldots$, $a_n = a + (n-1)d$.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n = \frac{a + a + (n-1)d}{2}n = \left(a + \frac{(n-1)d}{2}\right)n, \quad (n = 1, 2, \ldots).$$

A feltétel szerint $S_1 = a = b^2$, ahol b pozitív egész. Ekkor

$$S_4 = \left(a + \frac{3d}{2}\right) \cdot 4 = 4a + 6d = 2(2a + 3d);$$

az S_4 négyzetszám, ezért d osztható 2-vel, azaz $d = 2e$, ahol e pozitív egész.

Legyen p tetszőleges prímszám. Ekkor

$$S_p = p\left(a + \frac{(p-1)d}{2}\right) = p\big(a + (p-1)e\big) = p(a - e + pe).$$

Mivel S_p négyzetszám, azért $a - e$ osztható p-vel. Az $a - e$ minden prímszámmal csak akkor osztható, ha $a - e = 0$, azaz $a = e$. Ekkor $d = 2e = 2a$.

Tehát azt kaptuk, hogy a sorozat első tagja $a = b^2$, differenciája pedig

$$d = 2a = 2b^2.$$

Az ilyen tulajdonságú számtani sorozatok eleget tesznek a feladat feltételének.