Megoldás. Feltehetjük, hogy $b \neq 0$, mert behelyettesítve az összes egyenletbe ellentmondásra jutunk. Így az első egyenletet b-vel osztva:

$$4a + bc = 32 \implies \frac{32 - 4a}{b} = c.$$

A második egyenletből c-t kifejezve és a bal oldalakat egyenlővé téve:

$$2a - 2c - b^2 = 0 \implies \frac{2a - b^2}{2} = c,$$

$$\frac{32 - 4a}{b} = \frac{2a - b^2}{2} \implies 64 - 8a = 2ab - b^3 \implies b^3 + 4^3 = 2a(b + 4) \implies$$

$$\implies (b + 4)(b^2 - 4b + 16) = 2a(b + 4).$$

1) Ha $b + 4 = 0 \Rightarrow b_1 = -4$, a (3) egyenlet kétszereséből kivonva a (2) egyenletet:

$$\begin{array}{r} 2a + 24b - 2c - 2ab = 12, \\ 2a - 2c - b^2 = 0 \\ \hline b^2 + 24b - 2ab = 12. \end{array} \tag{4}$$

$b = -4$-et behelyettesítve: $8a = 92 \Rightarrow a_1 = 11{,}5$ adódik. Az (1) egyenletből c-t kifejezve és a fenti értékeket beírva:

$$c_1 = \frac{32 - 4a}{b} = \frac{32 - 4 \cdot 11{,}5}{-4} = 3{,}5.$$

Tehát

$$a_1 = 11{,}5, \qquad b_1 = -4 \quad \text{és} \quad c_1 = 3{,}5$$

a megoldások ebben az esetben.

2) Ha $b + 4 \neq 0 \Rightarrow b \neq -4$, $b^2 - 4b + 16 = 2a$. Ekkor a (4) egyenletből:

$$b^2 + 24b - 12 = 2ab \implies \frac{b^2 + 24b - 12}{b} = 2a = b^2 - 4b + 16,$$

$$\begin{aligned} &b^2 + 24b - 12 = b^3 - 4b^2 + 16b \implies 0 = b^3 - 5b^2 - 8b + 12 = \\ &= b^3 - b^2 - 4b^2 + 4b - 12b + 12 = b^2(b - 1) - 4b(b - 1) - 12(b - 1) = \\ &= (b - 1)(b^2 - 4b - 12) = (b - 1)(b - 6)(b + 2). \end{aligned}$$

Ebből a következő megoldások adódnak:

$$\begin{array}{lll} a_2 = 6{,}5, & b_2 = 1, & c_2 = 6, \\ a_3 = 14, & b_3 = 6, & c_1 = -4, \\ a_4 = 14, & b_4 = -2, & c_4 = 12. \end{array}$$

A kapott számhármasok kielégítik az egyenletrendszert.