**Megoldás.** A zárójeleket felbontva és rendezve:

$$\sum_{i=1}^{n}(i-k_i)^2=\sum_{i=1}^{n}i^2+k_i^2-2ik_i=2\cdot\sum_{i=1}^{n}i^2-2\sum_{i=1}^{n}i\cdot k_i.$$

A kifejezés értéke akkor a legnagyobb, amikor a

$$K=\sum_{i=1}^{n}i\cdot k_i$$

összeg a legkisebb. Először megmutatjuk, hogy ez $k_i=n+1-i$ esetén következik be. Tekintsünk ehhez egy tetszőleges $k_1,k_2,k_3,\dots,k_n$ sorrendet, és tegyük fel, hogy valamilyen $i<j$-re $k_i<k_j$. Cseréljük fel $k_i$-t és $k_j$-t, azaz legyen $k_i'=k_j$ és $k_j'=k_i$; a többi elem sorrendjén nem változtatunk. A cserével kapott összeget jelölje $K'$; ekkor

$$\begin{aligned}K'-K&=(i\cdot k_i'+j\cdot k_j')-(i\cdot k_i+j\cdot k_j)=(i\cdot k_j+j\cdot k_i)-(i\cdot k_i+j\cdot k_j)=\\&=(i-j)(k_j-k_i)<0,\end{aligned}$$

azaz $K'<K$. Ilyen cserék sorozatával bármilyen sorrendből eljuthatunk ahhoz, ahol a számok csökkenő rendben követik egymást, és az ehhez tartozó összeg értéke a kiindulásinál kisebb.

Hátra van még ennek a minimális értékű összegnek, illetve az eredeti kifejezés maximális értékének a kiszámítása:

$$2\cdot\sum_{i=1}^{n}i^2-2\sum_{i=1}^{n}i\cdot(n+1-i)=4\cdot\sum_{i=1}^{n}i^2-(2n+2)\sum_{i=1}^{n}i=$$

$$=4\cdot\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}-(2n+2)\cdot\frac{n(n+1)}{2}=\frac{n(n+1)(n-1)}{3}\,.$$