Megoldás. Kerekítésre akkor van szükség, ha egy k egész szám négyzetgyöke szigorúan n és $n+1$ közé esik (ahol n pozitív egész), azaz

$$n < \sqrt{k} < n+1.$$

Négyzetre emeléssel ez pontosan azt jelenti, hogy

$$n^2 < k < (n+1)^2 = n^2 + 2n + 1,$$

vagyis

$$n^2 + 1 \le k \le (n+1)^2 - 1 = n^2 + 2n.$$

Minthogy

$$n^2 + n < \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 = n^2 + n + \frac{1}{4} < n^2 + n + 1,$$

a $\sqrt{k}$ szám értékét $n^2 + 1 \le k \le n^2 + n$ esetén lefelé, $n^2 + n + 1 \le k \le n^2 + 2n$ esetén pedig felfelé kell kerekíteni, vagyis lefelé és felfelé is pontosan

$$(n^2 + n) - (n^2 + 1 - 1) = n = (n^2 + 2n) - (n^2 + n + 1 - 1)$$

esetben kerekítünk.

Ezért $32^2 = 1024 < k < 10\,000 = 100^2$ esetén pontosan ugyanannyiszor fogunk felfelé kerekíteni, mint lefelé, illetve a négyzetszámok esetében nincs kerekítés. Ha viszont $31{,}5^2 = 992{,}25 < 1000 \le k < 1024 = 32^2$, akkor $\sqrt{k}$ értékét felfelé kell kerekíteni. Ebből látható, hogy pontosan 24-gyel több alkalommal kerekítettünk felfelé, mint lefelé.