

Megoldás. Minden k természetes számra $n = 10^k - 1$ megfelelő lesz. Ekkor ugyanis egyrészt n olyan k -jegyű szám, amelynek minden számjegye 9-es, vagyis $S(n) = 9k$. Másrészt

$$n^2 = 10^{2k} - 2 \cdot 10^k + 1 = 10^k(10^k - 2) + 1,$$

vagyis $S(n^2) = S(10^k - 2) + 1$. Itt $10^k - 2$ az a k -jegyű szám, amelynek minden számjegye 9-es, kivéve az utolsót, ami 8-as. Ezért $S(10^k - 2) = 9(k - 1) + 8$, tehát $S(n^2) = 9(k - 1) + 8 + 1 = 9k = S(n)$.

Megjegyzés. Hasonlóan belátható, hogy minden $2 \cdot 10^k - 1$ alakú szám is megfelelő.