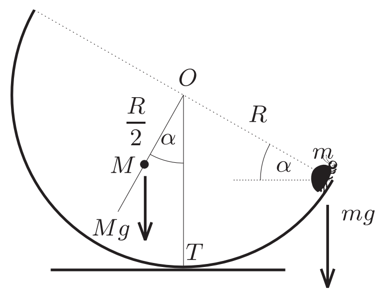
**Megoldás.** Amikor a bogár éppen a félgömbhéj peremére ér, az *ábrán* látható $T$ pontra felírt forgatónyomaték-egyensúly feltételéből kiszámíthatjuk a félgömb elfordulásának $\alpha$ szögét:

$$Mg\frac{R}{2}\sin\alpha = mgR\cos\alpha,$$

azaz

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2m}{M}. \tag{1}$$




A félgömbhéj elfordulása során a bogárnak az asztaltól mért távolsága $\Delta h_1 = R(1-\sin\alpha)$ értékkel lett nagyobb, a bogár helyzeti energiájának növekedése tehát $\Delta E_1 = mgR(1-\sin\alpha)$. Ugyanakkor a félgömbhéj tömegközéppontja is magasabbra került, a helyzeti energiája emiatt

$$\Delta E_2 = Mg\frac{R}{2}(1-\cos\alpha)$$

értékkel megnőtt. A bogár által végzett munka a helyzeti energiaváltozások összege:

$$W = \Delta E_1 + \Delta E_2 = mgR(1-\sin\alpha) + Mg\frac{R}{2}(1-\cos\alpha),$$

amely (1) felhasználásával algebrai átalakítások után

$$W = \left(M + 2m - \sqrt{M^2+4m^2}\right)\frac{gR}{2}$$

alakban is felírható.