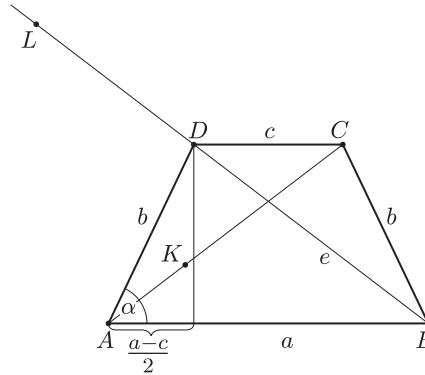


**I. megoldás.** Alkalmazzuk a Ptolemaiosz-tételt: ha  $a, b, c, d$  egy húrnégyszög oldalai,  $e$  és  $f$  az átlók, akkor  $ef = ac + bd$ . Jelen feladatban a szokásos jelölésekkel ez így írható:  $ac = e^2 - b^2$ , amit  $ac = (e - b)(e + b)$  alakban is írhatunk. Ez éppen a kívánt  $AB \cdot CD = AK \cdot BL$  összefüggést jelenti.

**II. megoldás.** Igazolandó:

$$AB \cdot CD = AK \cdot BL,$$

a szokásos jelölésekkel:  $ac = (e - b)(e + b)$ . Ezt így is írhatjuk:  $e^2 = b^2 + ac$ .



Az  $ADC$  háromszögben felírjuk a koszinusz-tételt:

$$e^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(180^\circ - \alpha).$$

Elegendő lenne bizonyítani, hogy

$$c^2 - 2bc \cdot \cos(180^\circ - \alpha) = ac,$$

azaz:  $c - 2b \cdot \cos(180^\circ - \alpha) = a$ , vagyis

$$\cos(180^\circ - \alpha) = \frac{c - a}{2b}, \quad \text{illetve} \quad \cos \alpha = \frac{a - c}{2b}.$$

Ez pedig igaz.