Megoldás. Ismeretes, de a szögösszegezési azonosságok felhasználásával könnyen ki is számíthatjuk, hogy $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$ és $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2\cos^2 x - 1$.
Ezeket az összefüggéseket az egyenletbe írva kapjuk, hogy

$$1 + 4\cos^3 x - 3\cos x = 2(2\cos^2 x - 1).$$

Alakítsuk szorzattá az egyenleteket:

$$\begin{aligned} 4\cos^3 x - 3\cos x - 4\cos^2 x + 3 &= 0, \\ 4\cos^2 x(\cos x - 1) - 3(\cos x - 1) &= 0, \\ (4\cos^2 x - 3)(\cos x - 1) &= 0. \end{aligned}$$

Egy szorzat akkor 0, ha valamelyik tényezője 0, azaz

1) Vagy $4\cos^2 x = 3$, $\cos x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$. Innen

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \qquad x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi,$$

$$x_3 = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi, \qquad x_4 = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi,$$

ahol k egész.

2) Vagy $\cos x = 1$ és $x = 2l\pi$, ahol l egész.

A megoldások:

$$x_1 = 2k\pi, \qquad x_2 = \frac{\pi}{6} + k\pi, \qquad x_3 = \frac{5\pi}{6} + k\pi,$$

ahol k tetszőleges egész szám.