

Megoldás. A $\sin^2 x$ és a $\cos^2 x$ függvény mindenütt pozitív és legfeljebb 1, legkisebb értéke 0. Ezért az egyenlet csak úgy teljesülhet, ha az egyik függvény értéke 1, a másiké 0.

1. eset. Legyen $\sin(x+y) = 1$ és $\cos(x-y) = 0$, akkor $x+y = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $x-y = \frac{\pi}{2} + l\pi$, ahol k és l egész számok. Összeadva az egyenletek megfelelő oldalait:

$$x = \frac{\pi}{2}(2k + l + 1) \quad \text{és} \quad y = \frac{\pi}{2}(2k - l).$$

2. eset. Ha $\sin(x+y) = -1$ és $\cos(x-y) = 0$, akkor $x+y = -\frac{\pi}{2} + 2m\pi$, $x-y = \frac{\pi}{2} + n\pi$, ahol m és n egész számok. Az egyenletrendszer megoldása:

$$x = \frac{\pi}{2}(2m + n), \quad y = \frac{\pi}{2}(2m - n - 1).$$