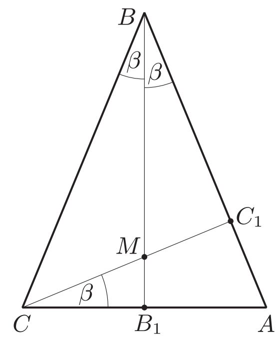
Megoldás. Először hegyesszögű háromszögben számítsuk ki a szögeket. Az ABC egyenlőszárú háromszög ($AB = AC$) C csúcsánál lévő szöge legyen 2β; a BM magasság talppontja B_1, a CM magasság talppontja C_1.



A B_1BA háromszög hasonló a C_1CA háromszöghöz. Mindkettő derékszögű és az A csúcsnál lévő szögük közös. Ebből következik, hogy $C_1CA\sphericalangle = \beta$.

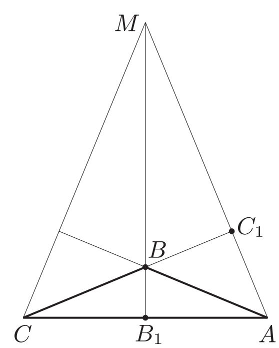
Az C_1BM és a C_1CA háromszögek egybevágók: mindkettő derékszögű, $C_1BM\sphericalangle = C_1CA\sphericalangle = \beta$, és $BM = CA$ a feltétel szerint. Az egybevágóság miatt $BC_1 = C_1C$. Vagyis a BCC_1 háromszög egyenlő szárú, ezért $C_1CB\sphericalangle = 2\beta$.

Az eredeti ABC háromszög szögeit ki tudjuk fejezni β-val, így

$$2\beta + 2(2\beta + \beta) = 180^\circ, \quad \text{azaz} \quad 8\beta = 180^\circ, \quad \text{tehát} \quad 2\beta = 45^\circ.$$

A háromszög másik két szöge:

$$\frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = \frac{135^\circ}{2} = 67{,}5^\circ.$$



Legyen most az ABC háromszög tompaszögű. Ekkor a magasságpont a háromszögön kívülre esik és B, M szerepet cserélnek. Az előbb láttuk, hogy $CMA\sphericalangle = 45^\circ$ és $MCA\sphericalangle = 67{,}5^\circ$. Az előző bizonyítás lépéseit követve most is beláthatjuk, hogy a CC_1M háromszög egyenlő szárú. Mivel $C_1CM\sphericalangle = 45^\circ$, kapjuk, hogy a $BCA\sphericalangle = 67{,}5^\circ - 45^\circ = 22{,}5^\circ$ és $ABC\sphericalangle = 135^\circ$.

Vagyis az ABC háromszög szögei: $22{,}5^\circ$, 135° és $22{,}5^\circ$.