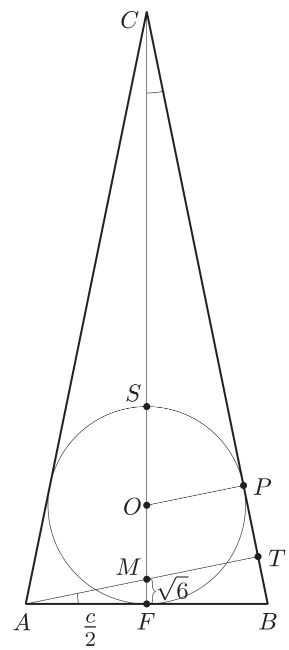
Megoldás. A háromszög oldalai $AB = c$, $AC = BC = a$, a beírt kör középpontja O, sugara r. A kör középpontja rajta van az FC magasságvonalon, és mivel a súlypont illeszkedik a körre, $FS = 2r$ és $FC = m = 6r$. Írjuk fel a háromszög területét kétféleképpen:

$$T = \frac{cm}{2} = \frac{r(2a+c)}{2}.$$

Rendezzük az egyenletet: $c \cdot 6r = r(2a+c)$ és innen

(1) $$a = \frac{5}{2}c.$$



Nem használtuk még fel a megadott $\sqrt{6}$ értéket. A kör O középpontjából és az A pontból állítsunk merőlegeseket a BC oldalra, talppontjuk legyen P és T. Az AT egyenes nyilván átmegy az M ponton, mert a BC oldalhoz tartozó magasságvonal. Az OPC derékszögű háromszögből:

$$CP = \sqrt{(5r)^2 - r^2} = 2r\sqrt{6}.$$

Az AFM háromszög hasonló a COP háromszöghöz (két szögük egyenlő), így megfelelő oldalaik aránya megegyezik:

$$\frac{\sqrt{6}}{\frac{c}{2}} = \frac{r}{2r\sqrt{6}},$$

innen $c = 24$, és (1)-ből $a = 60$.