Nagy János megoldása. Először helyettesítsünk be $(a=1)$-et. Ekkor az 1, $f(b)$, $f\big(b+f(1)-1\big)$ számokra igazak a háromszög-egyenlőtlenségek, de mivel egészek, ez csak úgy lehet, ha $f(b)=f\big(b+f(1)-1\big)$ minden $b\in\mathbb{N}^+$-ra.

Indirekt tegyük fel, hogy $f(1)\neq 1$. Ekkor minden pozitív egész c-re

$$a+c\big(f(1)-1\big),\quad f(b)\quad \text{és}\quad f\Big(b+f\big(a+c\big(f(1)-1\big)\big)-1\Big)$$

egy háromszög oldalai, de $f\big(b+f(1)-1\big)=f(b)$ ismételt alkalmazásával $a+c\big(f(1)-1\big)$, $f(b)$, $f\big(b+f(a)-1\big)$ is egy háromszög oldalai. Ekkor c-t megválaszthatjuk úgy, hogy a háromszög-egyenlőtlenség ne teljesüljön, tehát kaptuk, hogy $f(1)=1$.

Helyettesítsünk be $b=1$-et, ekkor a, 1 és $f\big(f(a)\big)$ egy háromszög oldalai. Ez az egyenlőtlenségek miatt csak úgy lehet, hogy $f\big(f(a)\big)=a$, minden $a\in\mathbb{N}^+$-ra.

Most látjuk, hogy a függvény minden értéket fölvesz $\big(f\big(f(a)\big)=a\big)$ és kölcsönösen egyértelmű is, hiszen ha $f(a)=f(b)$, akkor $f\big(f(a)\big)=f\big(f(b)\big)$, vagyis $a=b$. Most igazoljuk, hogy $f(2)=2$. A kölcsönös egyértelműség miatt $f(2)>1$. Indirekten tegyük fel, hogy $f(2)=x>2$. Helyettesítsünk be $a=2$-t; ekkor

$$2+f(b)>f(b+x-1),\quad \text{de}\quad f(b+x-1)+2>f(b),$$

és a kölcsönös egyértelműség miatt nem egyenlőek, tehát $\big|f(b+x-1)-f(b)\big|=1$.

Most vegyük az $f(x)$, $f\big(x+(x-1)\big),\dots, f\big(x+c(x-1)\big),\dots$ sorozatot, ennek bármely két szomszédos tagja között a különbség 1. Tudjuk, hogy $f(x)=2$. Ennek a sorozatnak az elemei csak úgy léphetnének ki a $[0,x]$ intervallumból, ha létezne egy $c\geq 0$ úgy, hogy $f\big(x+c(x-1)\big)=x$ (mivel egyesével változnak). Ekkor

$$f\big(f\big(x+c(x-1)\big)\big)=f(x)=2=x+c(x-1),$$

de $x>2$, így ez nem lehet.

Tehát az $f(x)$, $f\big(x+(x-1)\big),\dots$ sorozat elemei a $[0,x]$ intervallumban vannak, ezért lesz olyan érték, amit kétszer is felvesznek, ez pedig a kölcsönös egyértelműség miatt nem lehet.

Így látható, hogy $f(1)=1$, $f(2)=2$. Indukcióval belátjuk, hogy minden $(x>0)$-ra $f(x)=x$. A kezdőlépésekkel megvagyunk; tegyük fel, hogy minden $i<x$-re $f(i)=i$. Mivel $x>2$, azért 2 és $x-2$ is pozitív egész számok. Behelyettesítve:

$$2,\quad f(x-1),\quad f\big(x-1+f(2)-1\big)$$

egy háromszög oldalai, amiből $f(x)<f(x-1)+2=x+1$, tehát $f(x)\leq x$. Az $f(x)<x$ a kölcsönösen egyértelműség miatt nem lehet. Így azt kaptuk, hogy $f(x)=x$, amivel az indukciós lépést befejeztük.

Végezetül az $f(x)=x$ függvény valóban teljesíti a feladat feltételeit, mert a, b és $a+b-1$ mindig egy el nem fajuló háromszög oldalai. Az egyetlen jó függvény az $f(x)=x$.