Tomon István megoldása. Tekintsük a $t_i = s_{i+1} - s_i$ $(i = 1, 2, \ldots)$ különbségeket, és legyen j egy olyan pozitív egész, amelyre $t_j = \min\{t_1, t_2 \ldots\}$ (mivel $t_1, t_2, \ldots$ pozitív egészek, létezik ilyen j). Legyen $a = s_j$ és $b = s_{j+1}$, ekkor $b > a$ a sorozat szigorú monotonitása miatt, és legyen d az $s_{s_1}, s_{s_2}, \ldots$ számtani sorozat differenciája. Ekkor s_{s_j} és $s_{s_{j+1}}$ ezen sorozat két egymást követő eleme, így $s_b - s_a = d$. Mivel s_i szigorúan monoton nő, $s_a < s_{a+1} < \ldots < s_b$, vagyis az $s_{a+1} - s_a$, $s_{a+2} - s_{a+1}, \ldots, s_b - s_{b-1}$ különbségek mind pozitívak, összegük $s_b - s_a = d$, s mivel $b - a$ darab különbség létezik, a legnagyobb legalább $\dfrac{d}{b-a}$. Legyen ekkor x egy olyan pozitív egész, amelyre $a \le x < b$ és a legnagyobb különbség $s_{x+1} - s_x \ge \dfrac{d}{b-a}$. Egyenlőség csak akkor állhat fenn, ha minden különbség $\dfrac{d}{b-a}$.

Ezután nézzük az s_{s_x} és $s_{s_{x+1}}$ között lévő elemeket. Az egyszerűség kedvéért legyen $s_x = e$, $s_{x+1} = f$, ekkor $s_f - s_e = s_{s_{x+1}} - s_{s_x} = d$, s ha nézzük az $s_{e+1} - s_e$, $s_{e+2} - s_{e+1}, \ldots, s_f - s_{f-1}$ különbségeket, akkor az $f - e$ darab pozitív különbség, melyek összege $s_f - s_e = d$. Legyen y egy olyan pozitív egész, amelyre $e \le y < f$ és $s_{y+1} - s_y$ a legkisebb különbség a felsoroltak között. Ekkor

$$s_{y+1} - s_y \le \frac{d}{f-e} = \frac{d}{s_{x+1} - s_x} \le \frac{d}{\frac{d}{b-a}} = b - a,$$

és egyenlőség csak akkor állhat fenn, ha mindegyik különbség egyenlő, azaz $s_{e+1} - s_e = s_{e+2} - s_{e+1} = \ldots = s_f - s_{f-1}$. Ám szükséges, hogy egyenlőség álljon fenn mindenhol, különben $s_{y+1} - s_y < b - a$, ami ellentmond annak, hogy $b - a$ a legkisebb előforduló különbség az s_i sorozat két szomszédos eleme között. Ha egyenlőség áll fenn, az azt jelenti, hogy az $s_a, s_{a+1}, \ldots, s_b$ sorozat egy $\dfrac{d}{b-a}$ differenciájú számtani sorozatot alkot és $s_e, s_{e+1}, \ldots, s_f$ is számtani sorozatot alkot, aminek $b - a$ a differenciája.

Ezek után megmutatjuk, hogy $(b-a)^2 = d$, vagyis $b - a = \dfrac{d}{b-a}$. Az előbbiek alapján ehhez elég igazolni, hogy

$$s_{a+1} - s_a = s_{e+1} - s_e, \tag{1}$$

mivel $\dfrac{d}{b-a} = s_{a+1} - s_a$ és $b - a = s_{e+1} - s_e$. (1)-hez pedig elég belátni, hogy a feladatban megadott $s_{s_1+1}, s_{s_2+1}, \ldots$ számtani sorozat differenciája is d, mivel ekkor

$$|s_{e+1} - s_{a+1}| = d \cdot \big|(e+1) - (a+1)\big| = d \cdot |e - a| = |s_e - s_a|,$$

ami (1)-gyel ekvivalens.

Tegyük fel indirekt módon, hogy az $s_{s_1+1}, s_{s_2+1}, \ldots$ számtani sorozat differenciája $c \ne d$. Nézzünk két esetet.

1. Ha $c > d$, akkor tetszőleges m pozitív egész esetén

$$s_{s_m+1} = s_{s_1+1} + (s_m - s_1) \cdot c$$

és

$$s_{s_{m+1}} = s_{s_1} + (s_{m+1} - s_1) \cdot d \le s_{s_1} + (d + s_m - s_1) \cdot d = s_{s_1} + d^2 + (s_m - s_1) \cdot d,$$

ahol az egyenlőtlenség miatt teljesül, hogy valamely $r \in \mathbb{N}^+$ esetén $s_r \le m < s_m$ (mivel az s_i sorozat tetszőlegesen nagy értéket felvehet), s ekkor $s_{s_r} \le s_m < s_{m+1} \le s_{s_r+1}$ a szigorú monotonitás miatt, ahol s_{s_r} és s_{s_r+1} differenciája d. Mivel s_i akármilyen határon túl nő, $\exists m$, hogy $s_m - s_1 > \dfrac{d^2}{c-d}$, és ekkor

$$\begin{aligned} s_{s_m+1} - s_{s_{m+1}} &\ge s_{s_1+1} + (s_m - s_1) \cdot c - \big(s_{s_1} + (s_m - s_1)d + d^2\big) > \\ &> (s_m - s_1) \cdot (c - d) - d^2 > 0, \end{aligned}$$

vagyis $s_{s_m+1} > s_{m+1}$, ami ellentmondás, mivel $s_m + 1 \le s_{m+1}$.

2. Hasonlóan a $c < d$ esetben:

$$s_{s_m+1} = s_{s_1+1} + (s_m - s_1)c \quad \text{és} \quad s_{s_m} = s_{s_1} + (s_m - s_1)d > (s_m - s_1)d.$$

Ekkor ha $(s_m - s_1) > \dfrac{s_{s_1+1}}{d-c}$, akkor $s_{s_m} - s_{s_m+1} > (s_m - s_1)(d - c) - s_{s_1+1} > 0$, vagyis $s_{s_m} > s_{s_m+1}$, ami ellentmondás a szigorú monotonitás miatt.

Tehát bebizonyítottuk, hogy $c = d$, így megkaptuk, hogy $d = (b-a)^2$.

Ezután megmutatjuk, hogy $i = 1, 2, \ldots$ esetén $s_{i+1} - s_i = b - a$, azaz az $s_1, s_2, \ldots$ sorozat is egy számtani sorozat. Mivel a minimális különbség két szomszédos elem között $b - a$, így $s_{i+1} - s_i \ge b - a$. Tegyük fel, hogy valamely r-re $s_{r+1} - s_r > b - a$. Ekkor $s_{s_{r+1}} - s_{s_r} = d$ és az $s_{s_r+1} - s_{s_r}, \ldots, s_{s_{r+1}} - s_{s_{r+1}-1}$ különbségek összege d, és $s_{r+1} - s_r$ darab van, így lesz köztük egy, amelyik legfeljebb

$$\frac{d}{s_{r+1} - s_r} < \frac{d}{b-a} = b - a,$$

vagyis az egyik különbség kisebb $(b-a)$-nál, ami ellentmondás.

Tehát minden különbség $b - a$, vagyis $s_1, s_2, \ldots$ számtani sorozatot alkot, s ezzel a feladat állítását bizonyítottuk.