Nagy Dániel megoldása. $n \mid a_i(a_{i+1}-1)$ azt jelenti, hogy

$$a_i \equiv a_i a_{i+1} \pmod{n}. \tag{1}$$

Ezt felhasználva:

$$a_1 a_k \equiv a_1 a_2 a_k \equiv a_1 a_2 a_3 a_k \equiv \ldots \equiv a_1 a_2 \ldots a_{k-1} a_k \pmod{n}.$$

Az (1) alapján újra kapjuk, hogy

$$a_1 a_2 \ldots a_{k-1} a_k \equiv a_1 a_2 \ldots a_{k-1} \equiv a_1 a_2 \ldots a_{k-2} \equiv \ldots \equiv a_1 a_2 \equiv a_1 \pmod{n}.$$

A fentiekből következik, hogy

$$a_1 a_k \equiv a_1 \pmod{n}. \tag{2}$$

A bizonyítandó állítás szerint $n \nmid a_k(a_1-1)$. Felhasználva (2)-t:

$$a_k(a_1-1) = a_1 a_k - a_k \equiv a_1 - a_k \pmod{n}.$$

Mivel $0 < |a_1 - a_k| < n$, tehát az n-nel való osztási maradék 0-nál nagyobb, így $n \nmid a_k(a_1-1)$.