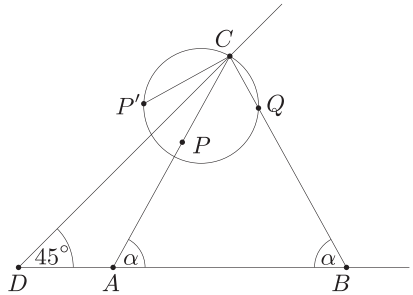
Megoldás. Használjuk az *ábra* jelöléseit. Legyen a két pont, amely illeszkedik a háromszög egy-egy szárára P és Q. A keresett háromszög csúcsai legyenek A, B és C, $ADC\sphericalangle = 45°$. Tükrözzük tengelyesen a P pontot arra a szögszárra, amelyen a háromszög C csúcsa van, a tükörkép legyen P'.



Mivel az ABC háromszög egyenlő szárú, azért $ABC\sphericalangle = CAB\sphericalangle = \alpha$, $BCA\sphericalangle = 180° - 2\alpha$. Továbbá $CAD\sphericalangle = 180° - \alpha$ és

$$DCP\sphericalangle = DCA\sphericalangle = 180° - CAD\sphericalangle - ADC\sphericalangle = \alpha - 45°.$$

Mivel a tengelyes tükrözés szögtartó, azért $P'CP\sphericalangle = 2 \cdot DCP\sphericalangle = 2\alpha - 90°$. Tehát $BCP'\sphericalangle = BCA\sphericalangle + P'CP\sphericalangle = 90°$. Ez pedig azt jelenti, hogy QP' Thalész-köre kimetszi a C csúcsot a szögszárból (a két metszéspont közül az a megfelelő, amely a $P'Q$ által meghatározott két félsík közül a D pontot nem tartalmazóban van). Ezután pedig a CP és CQ félegyenesek kimetszik a másik szögszárból A-t és B-t. Természetesen, ha P-t a másik szögszárra tükrözzük, akkor egy, a fentitől különböző háromszöget kapunk, ami szintén eleget tesz a feladat feltételeinek, csak az előzőhöz képest a másik szögszáron van az alapja.

Ha PQ merőleges valamelyik szögszárra, akkor olyan háromszöget nem kapunk, amelyiknek azon a száron van az alapja. P és Q közül bármelyiket tükrözhetjük a kiválasztott szögszárra, mert a tengelyes szimmetria miatt PQ' és $P'Q$ Thalész-köre ugyanazt a pontot metszi ki a szögszárból.