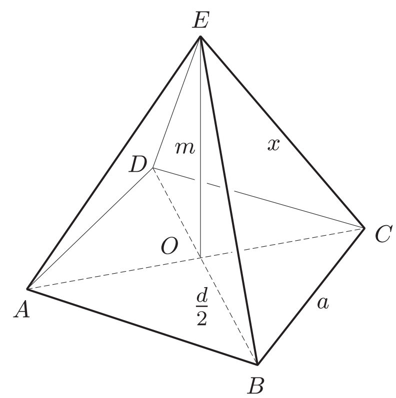
I. megoldás. Az alaplap oldaléleinek hossza, ami egyben a gúla magassága, $a = m = 40$ cm. Az alaplap átlója $d = a\sqrt{2}$, a gúla oldalélét jelölje x. A gúla magasságának egyenese az alaplapot az átlók felezőpontjában, O-ban döfi. A gúla csúcsai legyenek A, B, C, D, E az *1. ábra* szerint. Az EOC háromszögben írjuk fel Pitagorasz tételét:

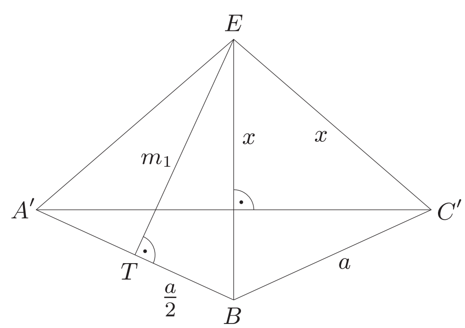
$$x^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + m^2,$$

$m = a$ miatt $x = a\sqrt{\frac{3}{2}}$.



1. ábra

Az ABE és BCE háromszöglapokat az EB él körül hajtsuk ki egy síkba (*2. ábra*) . Az $AB = BC = a$, $AE = BE = CE = x$, $EAB\sphericalangle = ABE\sphericalangle = EBC\sphericalangle = ECB\sphericalangle$ egyenlőségekből következik, hogy az $A'BC'E$ idom deltoid. Az A' és C' pont közötti legrövidebb út az őket összekötő szakasz, vagyis a deltoid $A'C'$ átlója. Ennek hosszát kell kiszámítani.



2. ábra

Az $A'BE$ háromszögben az $A'B$ oldalhoz tartozó magasság m_1; mivel $A'T = TB = \frac{a}{2}$, a Pitagorasz-tételből:

$$m_1 = \sqrt{x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2\frac{3}{2} - \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{\frac{5}{4}}.$$

Tudjuk, hogy a deltoid területe fele az átlói szorzatának. Írjuk fel a deltoid T területét, ami nem más, mint az $A'BE$ háromszög területének kétszerese, hiszen $A'BE\triangle \cong BC'E\triangle$.

Az $A'BE$ háromszög területe $\frac{am_1}{2}$, ezért $T = am_1$, másrészt $T = \frac{x \cdot A'C'}{2}$, azaz

$$am_1 = \frac{x \cdot A'C'}{2}.$$

Innen

$$A'C' = \frac{2am_1}{x}.$$

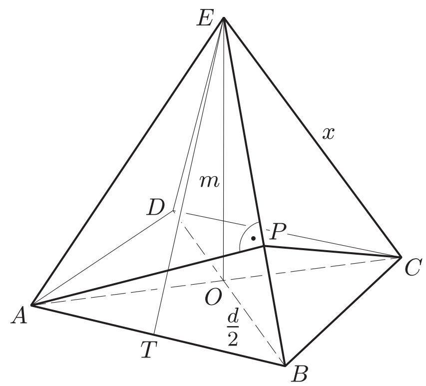
Helyettesítsük be m_1 és x előbb kiszámított értékeit, így kapjuk, hogy

$$A'C' = 2a\frac{a\sqrt{\frac{5}{4}}}{a\sqrt{\frac{3}{2}}} = 2a\sqrt{\frac{5}{6}} \approx 73{,}03 \text{ cm}.$$

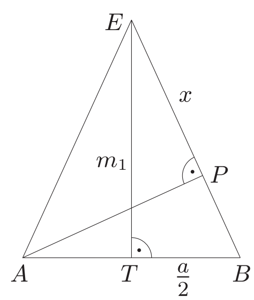
II. megoldás. Tudjuk, hogy egy pont és egy egyenes távolsága a pontból az egyenesre állított merőleges szakasz hossza. Állítsunk A-ból és C-ből merőlegest a két háromszög közös EB élére (*3. ábra*). Az AEB és CEB háromszögek egybevágóságából következik, hogy a két merőleges ugyanabban a P pontban metszi az EB élt. Az AP távolságot meghatározhatjuk az ETB és APB háromszögek hasonlóságából, mindkettő derékszögű, és EBA szögük közös (*4. ábra*). Vagyis

$$\frac{AP}{m_1} = \frac{a}{x},$$

innen $AP = \dfrac{am_1}{x}$ ennek kétszerese pedig megegyezik az előbb kapott $A'C'$ értékével. (Hiszen $AP + PC$ nem más, mint az előzőkben síkba fektetett deltoid átlója.) Innen ugyanúgy folytathatjuk a számítást, mint az I. megoldásnál.



3. ábra



4. ábra