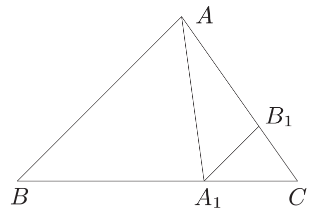
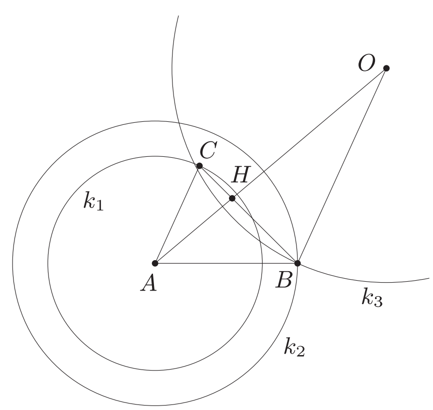
I. megoldás. Jelölje az AC, illetve BC oldal C-hez közelebbi harmadoló pontját B_1, illetve A_1. Húzzuk meg az A_1B_1 szakaszt. Ennek hossza a párhuzamos szelőszakaszok tétele szerint $\frac{AB}{3}$. Az A_1B_1A háromszög másik két oldalának hosszát is ismerjük, hiszen AA_1 adott, AB_1 pedig az AC oldal hosszának kétharmada. A szerkesztés menete tehát a következő: Felvesszük az AC oldalt, és megszerkesztjük rajta B_1-et. Ezután ismert oldalaiból megszerkesztjük az AB_1A_1 háromszöget. Így megkapjuk az A_1 pontot. Ezután meghúzzuk a CA_1 félegyenest és C-ből indulva megháromszorozzuk a CA_1 szakaszt. Így megkapjuk a B pontot is, tehát ezzel a lépéssel befejeztük a háromszög szerkesztését.



Diszkusszió: a szerkesztési lépések közül az AC szakasz felvétele és harmadolása mindig megtehető. Az A_1B_1A háromszög ismert oldalainak $\left(\frac{2}{3}AC, AA_1, \frac{AB}{3}\right)$ teljesíteniük kell a háromszög-egyenlőtlenséget. Ezen feltételek teljesülése mellett mindig kapunk megoldást. Az A_1B_1A háromszög szerkesztésekor természetesen két A_1 pont adódik, de ezek a pontok, így az egész elrendezés tengelyesen tükrös az AC egyenesre, vagyis a két kapott háromszög egybevágó.

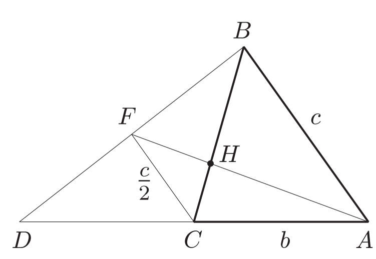
II. megoldás. Legyen H a BC oldal C-hez közelebbi harmadolópontja, valamint az A középpontú AC, illetve AB sugárral húzott körök legyenek k_1 és k_2. Ha H-ból C-t (-2)-szeresen nagyítjuk, akkor B-t kapjuk. Ezek szerint, ha H-ból (-2)-szeresére nagyítjuk k_1-et (a kapott kör legyen a k_3 kör), akkor az B-ben metszeni fogja k_2-t. Innen a szerkesztés menete:

1. Az AH szakaszt szabadon felvesszük.
2. Megszerkesztjük az A középpontú AB és AC sugarú köröket, ezek k_1 és k_2.
3. Megszerkesztjük az A pont H-ra vonatkozó -2 arányú középpontosan nagyított képét, ez lesz O.
4. Megszerkesztjük az O középpontú, $2AC$ sugarú kört, ez lesz k_3.
5. k_3 és k_2 egyik metszéspontja lesz B (két metszéspont van, de ezek szimmetrikusak AH-ra).
6. B-t tükrözzük H-ra és felére kicsinyítjük, ezzel megkapjuk C-t. Ezzel az ABC háromszög szerkesztését befejeztük.



Diszkusszió: A szerkeszthetőség feltétele, hogy a k_2 és k_3 köröknek legyen metszéspontja, ami akkor teljesül, ha az AB, $2AC$ és $AO = 3AH$ szakaszokra igaz a háromszög-egyenlőtlenség.

III. megoldás. Egészítsük ki az ABC háromszöget az ABD háromszögre úgy, hogy a C pont az AD szakasz felezőpontja legyen. Jelölje a BC oldal C-hez közelebbi harmadoló pontját H, a BD felezőpontját pedig F. Mivel H az ABD háromszög B csúcsához tartozó súlyvonalának az AD oldalhoz közelebbi harmadoló pontja, H e háromszög súlypontja. Ezt felhasználva a szerkesztés menete a következő:



1. Megszerkesztjük az AFC háromszöget három oldalából $\left(\frac{c}{2}, b, \frac{3}{2}AH\right)$.

2. Az A ponton át párhuzamost húzunk CF-fel és rámérjük az AB távolságot. Összekötjük a B és C pontokat, ezzel a keresett háromszöget megszerkesztettük.

Diszkusszió: A szerkeszthetőség feltétele az, hogy a $\frac{c}{2}$, b, $\frac{3}{2}AH$ szakaszokra teljesüljön a háromszög-egyenlőtlenség.

Megjegyzés. Sokan a III. megoldásbeli ADB háromszögből kapható $ADD'B$ paralelogrammát rajzolták föl, és az $AD'D$ háromszöget szerkesztették meg először.