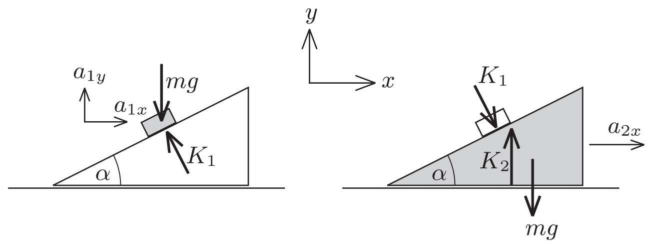
Megoldás. Ha az ék nagyon lapos, vagy nagyon meredek, a (vízszintes) gyorsulása igen kicsi lesz; biztosan kisebb, mint $g/3$. Várható tehát, hogy a feladatban feltett kérdésre az α szög valamekkora minimális és maximális értéke közötti intervallum lesz a válasz.

Jelöljük az ékre, illetve a téglatestre ható erőket az *ábrán* látható módon, és írjuk fel mindkét test mozgásegyenletének vízszintes, illetve függőleges komponensét!



A koordinátarendszert az ábrának megfelelően irányítva a téglatest mozgásegyenletei:

(1) $$-K_1 \sin\alpha = ma_{1x},$$

(2) $$K_1 \cos\alpha - mg = ma_{1y},$$

az ékre felírható egyenletek pedig

(3) $$K_1 \sin\alpha = ma_{2x},$$

(4) $$-mg - K_1 \cos\alpha + K_2 = 0.$$

(Kihasználtuk, hogy az ék függőleges gyorsulása: $a_{2y} = 0$.) Ezek az egyenletek az asztalhoz rögzített koordinátarendszerben (inerciarendszerben) érvényesek. Az *ékhez képest* a hasáb vízszintes irányban $a_{1x} - a_{2x}$, függőleges irányban a_{1y} relatív gyorsulással mozog, s mivel mindvégig rajta marad az éken, fenn kell álljon, hogy

(5) $$\frac{a_{1y}}{a_{1x} - a_{2x}} = \operatorname{tg}\alpha.$$

Az (1)–(5) egyenletrendszer megoldásából az ék gyorsulására a hajlásszög függvényében

$$a_{2x} = \frac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{1 + \sin^2\alpha}\, g$$

adódik. A feladatban feltett kérdésre tehát a

(6) $$\frac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{1 + \sin^2\alpha} \geq \frac{1}{3}$$

egyenlőtlenség megoldása adja meg a választ.

Mivel (6) bal oldalának nevezője biztosan pozitív, szorozhatunk vele:

$$3\,\sin\alpha \cdot \cos\alpha \geq 1 + \sin^2\alpha,$$

majd a

$$\sin 2\alpha = 2\,\sin\alpha \cdot \cos\alpha, \qquad \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

azonosságok felhasználásával a vizsgálandó feltételt

(7) $$3\sin 2\alpha + \cos 2\alpha \geq 3$$

alakra hozhatjuk. Ha (7) bal oldalán $\sin 2\alpha$ és $\cos 2\alpha$ együtthatói olyan számok lennének, amelyek négyzetösszege 1, akkor alkalmazhatnánk a

$$\cos\delta \cdot \sin 2\alpha + \sin\delta \cdot \cos 2\alpha = \sin(2\alpha + \delta)$$

azonosságot. Osszuk el ennek érdekében (7)-et $\sqrt{10}$-zel, és legyen

$$\frac{1}{\sqrt{10}} = \sin\delta \qquad \left(\cos\delta = \frac{3}{\sqrt{10}}\,, \quad \delta = 18{,}4^\circ\right).$$

Ekkor (7) így írható:

(8) $$\sin(2\alpha + \delta) \geq \frac{3}{\sqrt{10}}\,,$$

s mivel (8) jobb oldalán éppen $\cos\delta = \sin(90^\circ - \delta)$ áll, a keresett szögtartományt a

$$\sin(2\alpha + \delta) \geq \sin(90^\circ - \delta)$$

egyenlőtlenség határozza meg. Ennek megoldása:

$$90^\circ - \delta \geq 2\alpha + \delta \geq 90^\circ + \delta, \quad \text{azaz} \quad 45^\circ - \delta = 26{,}6^\circ \geq \alpha \geq 45^\circ.$$