

Megoldás. Vegyük észre, hogy ha a_n osztható 5-tel, akkor bármelyik rekurziós lépést is hajtjuk végre, a_{n+1} is osztható lesz 5-tel; illetve ha a_n nem osztható 5-tel, akkor a_{n+1} sem lesz az. Mivel az 1 nem osztható 5-tel, csak 5-tel nem osztható kiindulási szám esetén lehet a sorozat tagja. Tegyük fel tehát, hogy $5 \nmid k$.

Ha a_n páros, akkor $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} < a_n$, ha pedig páratlan, akkor $a_{n+2} = \frac{a_n + 5}{2} < a_n$ teljesül, amennyiben $a_n > 5$.

Mivel k természetes szám, véges sok lépés után a sorozat egy olyan a_m eleméhez jutunk, amelynek értéke legfeljebb 5. Mivel k nem osztható 5-tel, azért a_m sem, így elég az $a_m = 1, 2, 3, 4$ esetet vizsgálni. Ha $a_m = 1$, akkor készen vagyunk. Ha $a_m = 2$, akkor $a_{m+1} = 1$; ha $a_m = 3$, akkor $a_{m+4} = 1$; ha $a_m = 4$, akkor $a_{m+2} = 1$. Mindegyik vizsgált esetben szerepel a sorozat elemei között az 1.

Tehát, ha k osztható 5-tel, akkor nem fordul elő az (a_n) sorozat elemei között az 1, minden más esetben viszont igen.