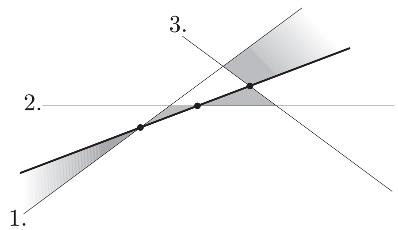
Megoldás. A szabályos sokszögek oldalegyenesei által meghatározott két-két félsík közül mindig pontosan az egyik tartalmazza a sokszöget. Ezért az oldalegyenesek közül semelyik három nem mehet át egy ponton. Ha ugyanis valamelyik három oldalegyenes egy ponton menne át, akkor közülük a középső által meghatározott mindkét félsíkban lenne pontja a sokszögnek, ami ellentmondás. Ha n páratlan, akkor az oldalegyenesek közt nincsenek párhuzamosak, ha pedig n páros, akkor a szemközti oldalegyenesek párhuzamosak.

A síkrészek számának meghatározásához helyezzük az oldalegyeneseket egymás után egyesével a síkra. Kezdetben 1 síkrész van, ami az első egyenes elhelyezése után 1-gyel nő. Amikor egy-egy új egyenest elhelyezünk, akkor a tartományok száma $(i+1)$-gyel nő, ahol i azon, már korábban elhelyezett egyenesek száma, amelyeket az éppen elhelyezett egyenes metsz, mert az i darab metszéspont az új egyenest $i+1$ részre osztja, s minden ilyen rész egy-egy régi tartományt kettévág.



Ha n páratlan, akkor az i-edik egyenes elhelyezésénél a keletkező metszéspontok száma $i-1$, tehát a tartományok száma pontosan i-vel nő, vagyis az összes egyenes elhelyezése után a tartományok száma

$$1+(1+2+3+\ldots+n)=1+\frac{n(n+1)}{2}=\frac{n^2+n+2}{2}\,.$$

Páros n esetén más a helyzet. Legyen $n=2m$, és először helyezzük el valamilyen körüljárás szerint az első m oldalegyenest. Ezek közül semelyik kettő nem párhuzamos egymással, ezért az i-edik egyenesen $i-1$ metszéspont keletkezik, s így az elhelyezésük után létrejövő tartományok száma $1+(1+2+\ldots+m)$ lesz. A további m darab egyenes elhelyezésekor minden új egyenes a korábban elhelyezettek közül pontosan eggyel lesz párhuzamos. Ezért az $(m+i)$-edik egyenesen csak $m+i-2$ metszéspont keletkezik. Ebben az esetben tehát az egyenesek összesen

$$1+(1+2+\ldots+m)+(m+\ldots+2m-1)=1+m\cdot 2m=\frac{n^2+2}{2}$$

részre osztják a síkot.