Megoldás. Tekintsük az 1 dioptriás, vagyis 1 m fókusztávolságú lencsének az *ábrán* látható helyzetét! A lámpából jövő fény a lencsén eltérülve a P pontban, a vízfelszín alatt bizonyos x' mélységben alkotna képet. A fénysugarak azonban a víz felszínénél megtörnek, és nem a P, hanem a medence alján levő Q pontban találkoznak.

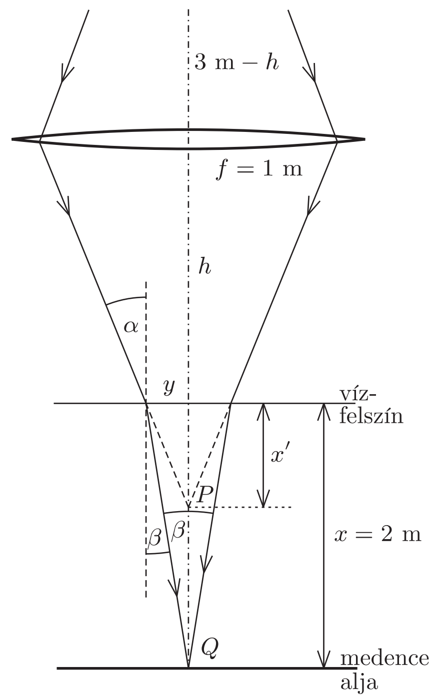
Az *ábra* jelöléseit használva fennáll, hogy

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x'} \quad \text{és} \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{y}{x},$$

továbbá a törési törvény szerint

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$$

($n \approx 4/3$ a víz törésmutatója).



Mivel kicsiny szögek szinusza és tangense jó közelítéssel megegyezik, a fenti egyenletekből

$$x' = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha}\cdot x \approx \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\cdot x = \frac{x}{n} = \frac{2\ \text{m}}{4/3} = 1{,}5\ \text{m}$$

adódik.

Ha a lencse a kérdéses helyzetben h magasan van a víz felszíne felett, akkor a tőle $t = 3\ \text{m} - h$ tárgytávolságú lámpáról $k = h + 1{,}5$ m képtávolságnál alkot valódi képet. Alkalmazva a lencsetörvényt, méter egységekben számolva az

$$\frac{1}{3-h} + \frac{1}{h+1{,}5} = 1$$

egyenletet írhatjuk fel. Ez átrendezéssel

$$h(h-1{,}5) = 0$$

másodfokú egyenletté alakítható, melynek gyökei: $h_1 = 0$, illetve $h_2 = 1{,}5$ m.

A lencse tehát két esetben is éles képet hoz létre a lámpáról a medence fenekén: amikor a lencse éppen a víz felszínénél helyezkedik el, illetve akkor, amikor a lámpa és a vízfelszín között félúton található. Belátható (pl. a lencse közepén áthaladó fénysugár menetéből), hogy az első esetben az izzó képe kicsinyített, a második esetben pedig nagyított lesz. A feladat valamennyi kikötésének tehát csak a víz felszíne felett 1,5 m magasan levő lencse tesz eleget.