

**Megoldás.** A foton és az elektron ütközésénél megmarad az energia is és a lendület is, de ezeket a mennyiségeket a relativisztikus képletekből kell kiszámítanunk.

Az elektron akkor kapja a legnagyobb lendületet (akkor lesz a legnagyobb a sebessége), ha az ütközés után a foton az eredeti irányával éppen ellentétesen mozog tovább. (Ez az állítás, amely szemléletünk szerint igaznak tűnik, részletes számításal igazolható; ezt a számítást azonban itt most nem végezzük el.)

Az  $m$  nyugalmi tömegű álló elektronokat bombázó  $f$  frekvenciájú,  $\lambda$  hullámhosszúságú fotonok energiája a feladat szövege szerint

$$E = hf = mc^2,$$

a fotonok lendülete pedig

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{hf}{c} = mc.$$

(Általánosan érvényes a fotonokra az  $E = pc$  összefüggés,  $c$  a fénysebesség vákuumban.) Az álló elektronok energiája  $mc^2$ , lendületük nulla. Innen következik, hogy a két részecske összes energiája  $2mc^2$ , összes lendülete pedig  $mc$ .

Ha az ütközés után a visszafelé haladó foton energiája  $E_f$ , lendülete pedig  $p_f = E_f/c$ , a meglökött elektron megfelelő adatai  $E_e$ , illetve  $p_e$ , akkor a megmaradási törvények értelmében

$$E_f + E_e = 2mc^2,$$

$$p_e - \frac{E_f}{c} = mc.$$

(A második képletben kifejeztük a foton lendületét az energiájával, és a negatív előjellel azt vettük figyelembe, hogy mozgásiránya a bejövő fotonéval ellentétes.) A második egyenlet  $c$ -szeresét az elsőhöz hozzáadva  $E_f$  kiküszöbölhető:

$$cp_e + E_e = 3mc^2.$$

Ha a meglökött elektron sebessége  $v$ , energiája és lendülete a relativisztikus képletek szerint

$$E_e = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad p_e = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ezeket az összefüggéseket a fentebbi egyenletbe helyettesítve

$$\frac{mvc}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 3mc^2$$

adódik, melyből algebrai átalakításokkal kapjuk, hogy

$$\frac{v + c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 3c,$$

$$\sqrt{\frac{c + v}{c - v}} = 3,$$

tehát

$$\frac{c + v}{c - v} = 9,$$

vagyis a meglökött elektron legnagyobb sebessége

$$v = \frac{4}{5}c = 2,4 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$