

Megoldás. A munkavégzés abból származik, hogy a folyadék helyzeti energiáját megváltoztatjuk. Kezdetben a helyzeti energia:

$$E_{h_1} = mgh_1 = 0,5 \text{ J},$$

ahol $m = 1 \text{ kg}$ a víz össztömege, $h_1 = 0,05 \text{ m}$ a tömegközéppontjának a magassága és $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ a nehézségi gyorsulás.

Az edényben levő víz magassága kezdetben $H_1 = 0,1 \text{ m}$. Tétélezzük fel, hogy a pohár legalább $H_2 = 0,2 \text{ m}$ magas, azaz nem fog befolyni a víz. Mivel a pohár alapterülete fele az edény alapterületének, így a pohár benyomásakor a víz nem éri el az edény peremét; a vízoszlop magassága $H_2 = 0,2 \text{ m}$ lesz. A vízoszlop tömegközéppontja $h_2 = 0,1 \text{ m}$ magasra kerül, így a helyzeti energiája

$$E_{h_2} = mgh_2 = 1 \text{ J}.$$

A helyzeti energiaváltozás tehát:

$$\Delta E = mgh_2 - mgh_1 = 0,5 \text{ J},$$

éppen ennyi a befektetett munka is.

Megjegyzés. Kicsit bonyolultabb a helyzet, ha a pohár H_p magassága „nem elég” nagy. Két eset fordulhat elő. Ha $H_p < H_1$, akkor a pohárba befolyik a víz, így a helyzeti energiaváltozás 0 lesz. Ebben a megoldásban persze eltekintünk attól, hogy nekünk eleinte (amíg a víz még nem kezd el befolyani a pohárba) munkát kell végeznünk; később azonban „visszkapjuk” (elvből hasznosíthatjuk) ezt a befektetett munkát.

Második esetben $H_1 < H_p < H_2$. Ekkor H_p magasságú vízoszlop lesz a poháron kívül, és mivel az alapterületek aránya $1 : 1$, ezért a pohárban lévő vízoszlop magassága $H_2 - H_p$. Számoljuk ki a két vízoszlop tömegét külön-külön! Az $A = 10^{-2} \text{ m}^2$ alapterületű fazékban lévő $A/2$ keresztmetszetű poháron kívüli $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ sűrűségű vízoszlop tömege (ha az SI-beli mértékegységeket nem írjuk ki):

$$m_1 = \rho \frac{A}{2} H_p = 5H_p.$$

A pohárban lévő vízoszlop tömege:

$$m_2 = \rho \frac{A}{2} (H_2 - H_p) = 5(H_2 - H_p).$$

A két vízoszlop helyzeti energiájának összege:

$$E_h(H_p) = \frac{m_1 g H_p}{2} + \frac{m_2 g (H_2 - H_p)}{2}.$$

A felső egyenletekből a tömegeket behelyettesítve:

$$E_h(H_p) = 25(2H_p^2 + 0,04 - 0,4H_p).$$

A helyzeti energia változása, vagyis az eredő munkavégzés:

$$\Delta E_h = E_h(H_p) - E_{h_1} = 25(2H_p^2 + 0,04 - 0,4H_p) - 0,5,$$

azaz:

$$\Delta E_h = E_h(H_p) - E_{h_1} = 50H_p^2 - 10H_p + 0,5.$$

A fenti képletben a H_p magasságot méterben kell érteni, és az energiaváltozást joule-ban kapjuk.