

Megoldás. a) Hogyan lehet három test közül a leghidegebbet még tovább hűteni? Nincs nála hidegebb test, amivel kapcsolatba hozhatnánk. Adiabaticus munka végzésére sincs lehetőség, a testek most csak hőfelvétel vagy hőleadás során változtathatják meg a hőmérsékletüket.

Semmi kétség: hűtőgépre van szükségünk! Viszont minden hűtőgép működtetéséhez külső energiaforrás kell, ami most nem áll rendelkezésre.

Illetve mégis van egy kiút: ha a két különböző hőmérsékletű másik test felhasználásával működtetünk egy hőerőgépet! Azt a munkát, amit ebből nyerünk, felhalmozzuk egy energiatárolóban. Mire a két melegebb test között végül megszűnik a hőmérsékletkülönbség, az így előállt „középmeleg” test és a hideg test közé már beiktathatunk egy hűtőgépet, amely az előbb nyert munka befektetésével biztosan működik valameddig. Ennek eredményeképpen a hideg test tovább hűl. Már csak azt kell kiszámítanunk, mennyire hűl le.

b) Először azt számítsuk ki, mennyi munka nyerhető a kezdetben $T_1 = 90^\circ\text{C} = 363\text{ K}$ és $T_2 = 27^\circ\text{C} = 300\text{ K}$ hőmérsékletű, m tömegű, c fajhőjű testek között működtetett hőerőgép segítségével! A legnagyobb munkát akkor nyerjük, ha egyensúlyi folyamatokat végző, úgynevezett *reverzibilis Carnot-gépet* használunk. Q_1 -gyel, illetve Q_2 -vel jelölve a körfolyamatot végző gép egyetlen ciklusában a T_1 , illetve T_2 hőmérsékletű testektől felvett hőt, $Q_1 > 0$ és $Q_2 < 0$, ha $T_1 > T_2$. Ekkor a ciklusonként végzett munka a termodinamika első főtétele szerint:

$$W = Q_1 + Q_2.$$

Ugyanakkor a termodinamika második főtétele szerint

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad \left(\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \right).$$

Egyetlen ciklus még alig változtatja meg a hőtartálynak tekinthető testek hőmérsékletét, elég sok ciklus után azonban egyre közelebb kerül egymáshoz a két test hőmérséklete.

Hogyan függ össze ez a két hőmérséklet? Helyettesítsük be a második főtételbe

$$Q_1 = -cm \Delta T_1 \quad \text{és} \quad Q_2 = -cm \Delta T_2$$

értékeit (a negatív előjel azért kell, mert ami a munkavégző közeg szempontjából felvett hő, az a hőtartályok szempontjából leadott hőnek számít):

$$\frac{-cm \Delta T_1}{T_1} + \frac{-cm \Delta T_2}{T_2} = 0.$$

Innen kapjuk, hogy

$$\frac{\Delta T_1}{T_1} + \frac{\Delta T_2}{T_2} = 0,$$

$$T_2 \Delta T_1 + T_1 \Delta T_2 = \Delta(T_1 T_2) = 0,$$

vagyis

$$T_1 T_2 = \text{állandó}.$$

Tehát úgy változik a két test abszolút hőmérséklete, hogy a szorzatuk állandó marad! (Ez akkor és csak akkor van így, ha a két test hőkapacitása egyenlő; de ez most teljesül.) Végül is egy olyan közös hőmérséklet áll be, amelyre

$$T_{\text{közös}}^2 = T_1 T_2,$$

vagyis a közös hőmérséklet a kezdeti hőmérsékletek mértani közepe lesz. Esetünkben

$$T_{\text{közös}} = \sqrt{363\text{ K} \cdot 300\text{ K}} = 330\text{ K}.$$

A melegebb test által leadott hő nagysága (a hőmérséklet kelvin mértékegységének kiírása nélkül):

$$cm \cdot (363 - 330) = cm \cdot 33.$$

A hidegebb test által felvett hő nagysága:

$$cm \cdot (330 - 300) = cm \cdot 30.$$

Így az összesen nyert munka: $cm \cdot 3$, ezt használhatjuk fel majd a hűtőgép meghajtására.

Most már foglalkozhatunk a hűtőgéppel, aminek az alsó hőtartálya lesz a c fajhőjű, $2m$ tömegű, $T_3 = 13^\circ\text{C} = 286\text{ K}$ hőmérsékletű test. A felső hőtartály is c fajhőjű, és ugyancsak $2m$ tömegű, az előző folyamat végén nyert 330 K hőmérsékletű test. Ismét két azonos hőkapacitású testről van szó, vagyis most is állandó marad a két (abszolút) hőmérséklet szorzata.

Jelöljük T -vel az a kiszámítandó hőmérsékletet, amire a hideg test lehűl, és T^* -gal azt a hőmérsékletet, amire a két másik test felmelegszik. Ekkor tehát

$$T \cdot T^* = 286 \cdot 330,$$

és az energiaegyenlet:

$$c \cdot 2m(T^* - 330) - c \cdot 2m(286 - T) = cm \cdot 3.$$

A fenti két egyenlet már meghatározza a keresett T és T^* értékeket:

$$T = 278 \text{ K} = 5 \text{ }^\circ\text{C}, \quad T^* = 339,5 \text{ K} = 66,5 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Vagyis a kezdetben $13 \text{ }^\circ\text{C}$ -os test végül is $5 \text{ }^\circ\text{C}$ -osra hűthető le. Ezt kellett kiszámítanunk.