Megoldás. A rácspontokat a koordináták 3-as maradéka alapján 9 csoportba tudjuk osztani. Ha a 9 rácspont között van 3 olyan, amely ugyanabba a csoportba tartozik, akkor az általuk meghatározott háromszög súlypontja rácspont.

Ha semelyik csoportban sincs 3 csúcspont, akkor mindegyik csoportban 0, 1 vagy 2 pont van. A maradékok szerinti csoportokat rendezzük a következő táblázatba:

$$\begin{array}{ccc} (0;0) & (0;1) & (0;2) \\ (1;0) & (1;1) & (1;2) \\ (2;0) & (2;1) & (2;2) \end{array}$$

Ha a csúcspontok csak négyféle csoportból kerülnének ki, akkor legfeljebb $4 \cdot 2 = 8$ csúcspont lenne. Tehát legalább 5-féle csúcspont van a rácskilencszögben.

Ha az 5-féle csúcspont közül 3 egy sorban vagy egy oszlopban van, akkor az ezek által meghatározott háromszög megfelelő.

Ha van 3 olyan, ami különböző sorban és különböző oszlopban van, ezek szintén megfelelnek.

Próbáljunk meg 5 pontot kiválasztani a táblázatból úgy, hogy semelyik három ne legyen egy sorban, illetve egy oszlopban, és semelyik háromra ne teljesüljön, hogy mind különböző sorban és oszlopban vannak. Ekkor két sorból 2, egyből pedig 1 pontot kell választani.

Ha az 1. sorból kiválasztunk kettőt, és a 2.-ból pedig egy olyat, ami az egyik előbbivel megegyező oszlopban van, akkor a 3. sorból már csak egyet tudunk a feltételeknek megfelelően kiválasztani.

Ugyanez a helyzet, ha a 2. sorból olyat választunk, ami az első sor mindkét elemétől különböző oszlopban van.

Tehát bárhogyan választunk ki így 5 csoportot, ezek közül lesz három, amelyekbe tartozó három pont által meghatározott háromszög súlypontja is rácspont.