Megoldás. Ha $A \cdot a + B \cdot b + C \cdot c$ összetett szám, akkor $n = 1$ megfelelő.

Ellenkező esetben $abc > 1$ miatt a, b és c közül legalább az egyik nagyobb 1-nél, így $A \cdot a + B \cdot b + C \cdot c > 1$ és nem összetett szám, tehát prímszám; jelöljük p-vel. Megmutatjuk, hogy ekkor az $n = p$ választás megfelelő.

A kis Fermat-tétel szerint

$$p \mid a^p - a, \quad p \mid b^p - b \quad \text{és} \quad p \mid c^p - c.$$

Így

$$\begin{aligned} p \mid & A(a^p - a) + B(b^p - b) + C(c^p - c) = \\ &= (A \cdot a^p + B \cdot b^p + C \cdot c^p) - (Aa + Bb + Cc) = S - p, \end{aligned}$$

ahol $S = A \cdot a^p + B \cdot b^p + C \cdot c^p$. Tehát $p \mid S$. Mivel $S > Aa + Bb + Cc = p$ és osztható p-vel, azért összetett szám.

Megjegyzés. A kis Fermat-tételt számos számelmélettel foglalkozó könyvben megtalálhatjuk, például Freud – Gyarmati: *Számelmélet* című tankönyvében is. Az interneten pedig például itt: `http://matek.fazekas.hu/portal/eloadas/2005/kisfermat.html`.