

Megoldás. Abból a tételből, hogy adott körhöz adott külső pontból két egyenlő hosszúságú érintő húzható belátható, hogy tetszőleges ABC háromszög beírt köre az A csúcstól $\frac{AB + CA - BC}{2}$ távolságban érinti a háromszög AB , illetve AC oldalát.



Így az ABC háromszögben kifejezhetjük az AP szakaszt:

$$AP = \frac{AB + CA - BC}{2}.$$

Mivel az A , D és P pontok egy egyenesen vannak, valamint az A pont nem választja el egymástól a D és a P pontokat, azért

$$DP = |AP - AD| = \left| \frac{AB + CA - BC}{2} - AD \right|.$$

Ugyanígy megkaphatjuk az ADC háromszögből a DQ szakaszt, illetve a DBC háromszögből a DR szakasz hosszát:

$$DQ = \frac{DC + AD - CA}{2} \quad \text{és} \quad DR = \frac{DB + CD - BC}{2}.$$

Mivel a D , R és Q pontok egy egyenesre esnek, valamint a D pont nem választja el egymástól az R és a Q pontokat,

$$\begin{aligned} QR &= |DR - DQ| = \left| \frac{DB + CD - BC}{2} - \frac{DC + AD - CA}{2} \right| = \\ &= \left| \frac{AD + DB + CA - BC}{2} - AD \right| = \left| \frac{AB + CA - BC}{2} - AD \right|. \end{aligned}$$

Látható, hogy

$$DP = QR = \left| \frac{AB + CA - BC}{2} - AD \right|,$$

tehát $DP = QR$.

Megjegyzés. A versenyzők többsége megfeledezett a diszkusszióról. Attól függően, hogy a pontok sorrendje A, D, P, B vagy A, P, D, B , az $AD - AP$ kifejezés negatív értéket is adhat, de csak az egyik eset ábrája alapján dolgoztak. Páran kiküszöbölték a problémát abszolútérték használatával, vagy esetekre bontással – ők kaphatták meg a 3 pontot a megoldásukra.