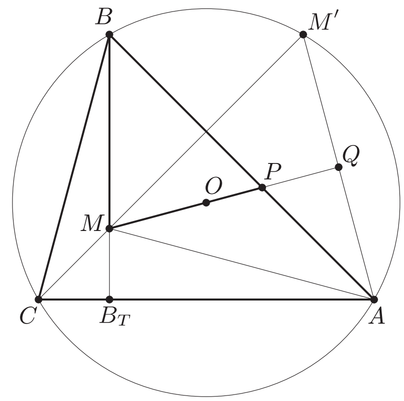
Megoldás. A háromszög szögei legyenek a szokásos módon α, β, γ. Jelölje az a, b és c oldalhoz tartozó magasság talppontját rendre A_T, B_T és C_T, az M csúcsnak a c oldalra vonatkozó tükörképét M', végül az MO félegyenesnek a c oldallal, illetve az AM' szakasszal való metszéspontját rendre P és Q.



A feladatbeli „kis" háromszög a BMP háromszög.

Mivel $ABM\sphericalangle < \beta$, azért ez a szög csak α lehet. Így $MPB\sphericalangle = \beta$ és $PMB\sphericalangle = \gamma$.

A tükrözés miatt

$$MA = M'A. \tag{1}$$

Ismert, hogy a magasságpontot a háromszög oldalára tükrözve a körülírt kör egy pontjához jutunk: $AM'C\sphericalangle = ABC\sphericalangle = \beta$ és $BM'C\sphericalangle = BAC\sphericalangle = \alpha$.

Mivel

$$\begin{aligned} QMM'\sphericalangle = PMC_T\sphericalangle &= 180^\circ - (MPC_T\sphericalangle + MC_TP\sphericalangle) = \\ &= 180^\circ - (\beta + 90^\circ) = 90^\circ - \beta \end{aligned}$$

és így

$$M'QM\sphericalangle = 180^\circ - (QMM'\sphericalangle + QM'M\sphericalangle) = 180^\circ - \big((90^\circ - \beta) + \beta\big) = 90^\circ,$$

azért $OQ \perp AM'$. Ebből következik, hogy MQ az AM' szakasz felező merőlegese, vagyis

$$AM = MM'. \tag{2}$$

(1) és (2) együtt azt jelenti, hogy $MA = M'A = MM'$, tehát az AMM' háromszög szabályos, és így $AM'M\sphericalangle = \beta = 60^\circ$.

Tudjuk még, hogy $\alpha = BM'C\sphericalangle = BMM'$, tehát a BMC_T háromszög szögeinek összege $2\alpha + 90^\circ$, ahonnan $\alpha = 45^\circ$. Ebből pedig $\gamma = 75^\circ$.

A háromszög szögei: $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$ és $\gamma = 75^\circ$.