Megoldás. A nevezők miatt $x \neq 1$, $y \neq 1$. Mivel $x+y=1$, az $x=1-y$, illetve az $y=x-1$ helyettesítésekkel a következő átalakításokat tudjuk elvégezni:

$$\frac{x}{y^3-1}+\frac{y}{1-x^3}+\frac{2(x-y)}{x^2y^2+3}=$$

$$=\frac{1-y}{(y-1)(y^2+y+1)}+\frac{1-x}{(1-x)(x^2+x+1)}+\frac{2(x-y)}{x^2y^2+3}=$$

$$=-\frac{1}{y^2+y+1}+\frac{1}{x^2+x+1}+\frac{2(x-y)}{x^2y^2+3}=$$

$$=\frac{-x^2-x-1+y^2+y+1}{(y^2+y+1)(x^2+x+1)}+\frac{2(x-y)}{x^2y^2+3}=$$

$$=\frac{(y-x)\overbrace{(y+x)}^{1}+y-x}{(y^2+y+1)(x^2+x+1)}+\frac{2(x-y)}{x^2y^2+3}=\frac{2(y-x)}{x^2y^2+3}+\frac{2(x-y)}{x^2y^2+3}=0.$$

Felhasználtuk, hogy

$$\begin{aligned}(y^2+y+1)(x^2+x+1)&=x^2y^2+x^2y+x^2+xy^2+xy+x+y^2+y+1=\\&=x^2y^2+x^2+xy\overbrace{(x+y)}^{1}+xy+y^2+\overbrace{x+y}^{1}+1=\\&=x^2y^2+\overbrace{(x+y)^2}^{1}+2=x^2y^2+3.\end{aligned}$$

Vagyis az eredeti kifejezés értéke mindig 0, ezért állandó.