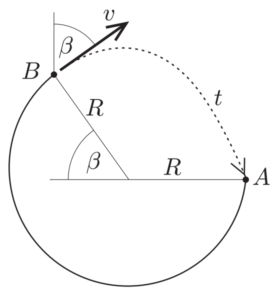
Megoldás. Jelöljük a test B pontbeli sebességét v-vel, a körív sugarát R-rel, a B és A pontok közötti ferde hajítás repülésének idejét pedig t-vel (*1. ábra*)!



1. ábra

A mozgás vízszintes és függőleges összetevőire felírható összefüggések:

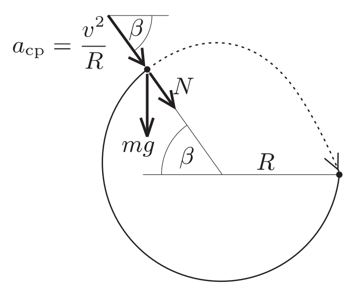
$$vt\sin\beta = R(1+\cos\beta), \tag{1}$$

$$\frac{g}{2}t^2 - vt\cos\beta = R\sin\beta. \tag{2}$$

Ezekből t-t kiküszöbölve a hajítás kezdősebessége és a β szög közti alábbi összefüggést kapjuk:

$$v^2 = \frac{gR(1+\cos\beta)}{2\sin\beta}. \tag{3}$$

Ha megfelelő kezdősebességgel indítjuk el a testet az A pontból, a B pontba érve éppen (3)-nak megfelelő sebessége lesz, onnan a szaggatott vonallal jelölt parabolapályán továbbrepülve éppen az A pontba esik vissza. Kérdéses azonban, hogy valóban eljut-e a vályúban csúszva a B pontig, vagy esetleg már korábban leesik a vályú alulról homorú szakaszának valamelyik pontjánál.



2. ábra

Számítsuk ki, hogy mekkora N nyomóerőt fejt ki a vályú a csúszó testre közvetlenül a B pont elérése előtt! A *2. ábra* jelöléseit használva a Newton-féle mozgásegyenlet sugár irányú komponense így írható:

$$mg\sin\beta + N = m\frac{v^2}{R},$$

ahonnan

$$N = m\frac{v^2}{R} - mg\sin\beta \geq 0. \tag{4}$$

Az egyenlőtlenség azt fejezi ki, hogy a vályú *csak nyomóerőt* tud kifejteni, $N<0$-nak megfelelő *húzóerőt nem.* Felhasználva (3)-t (4) így írható:

$$N = mg\left(\frac{v^2}{Rg} - \sin\beta\right) = mg\left(\frac{1+\cos\beta}{2\sin\beta} - \sin\beta\right) =$$

$$= mg\left(\frac{1+\cos\beta}{2\sin\beta} - \frac{1-\cos^2\beta}{\sin\beta}\right) = \frac{mg(1+\cos\beta)}{\sin\beta}\left[\frac{1}{2} - (1-\cos\beta)\right] \geq 0.$$

A szögletes zárójel előtt álló kifejezés a számunkra érdekes $0<\beta<180^\circ$ tartományban pozitív, így az egyenlőtlenség

$$\frac{1}{2} - (1-\cos\beta) = \cos\beta - \frac{1}{2} \geq 0, \qquad \text{azaz} \qquad \beta \leq 60^\circ$$

esetén teljesül.

Könnyen belátható, hogy ha a vályú B végpontjában $N \geq 0$, akkor a pálya többi pontjában sem lehet N negatív, tehát nem válhat el a kis test a vályútól. Ha ugyanis a (4)-nek megfelelő mozgásegyenletet egy $\alpha < \beta$ szöghöz tartozó pontra írjuk fel, és kihasználjuk, hogy az ottani v' sebesség az energiatétel szerint v-nél nagyobb, a nyomóerőre ott is

$$N' = m\frac{v'^2}{R} - mg\sin\alpha > m\frac{v^2}{R} - mg\sin\beta \geq 0$$

adódik.