

Megoldás. a) A v_0 kezdősebességű test a pálya első szakaszát egyenletes mozgással

$$t_1 = \frac{L}{v_0}$$

idő alatt teszi meg. A mozgás második szakaszában az $mg\mu$ nagyságú súrlódási erő hatására $-\mu g$ „gyorsulással” egyenletesen lassulva

$$t_2 = \frac{v_0}{\mu g}$$

idő alatt megáll.

A mozgás teljes ideje:

$$T = t_1 + t_2 = \frac{L}{v_0} + \frac{v_0}{\mu g},$$

ennek legkisebb értékét keressük v_0 függvényében. A számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség szerint

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{L}{v_0} + \frac{v_0}{\mu g} \right) \geq \sqrt{\frac{L}{v_0} \cdot \frac{v_0}{\mu g}} = \sqrt{\frac{L}{\mu g}}.$$

Az egyenlőség akkor áll fenn, ha

$$\frac{L}{v_0} = \frac{v_0}{\mu g},$$

vagyis ha

$$v_0 = \sqrt{L\mu g} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) A legrövidebb idejű mozgás során megtett út:

$$s = L + \frac{\mu g}{2} t_2^2 = L + \frac{v_0^2}{2\mu g} = L + \frac{L\mu g}{2\mu g} = \frac{3}{2}L = 27 \text{ m}.$$

Megjegyzés. A feladatban szereplő szélsőértéket differenciálszámítással vagy grafikus ábrázolással is meg lehet kapni.