Megoldás. A $h_0 = 1{,}5$ m magasból elejtett m tömegű labda összes mechanikai (helyzeti + mozgási) energiája $E_0 = mgh_0$, ha a helyzeti energia nullpontját a talaj szintjéhez választjuk. A labda esésének ideje az első pattanásáig

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}.$$

Jelöljük a talajnak ütköző labda ütközés utáni és ütközés előtti energiájának arányát k-val ($k < 1$). Az $E_1 = kE_0$ energiájú labda $h_1 = kh_0$ magasságra pattan fel, s az első és második pattanása között

$$t_1 = 2 \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2(kh_0)}{g}}$$

idő telik el. Hasonló módon számolhatjuk ki a további pattanások között eltelő időtartamokat is:

$$t_2 = 2 \cdot \sqrt{\frac{2(k^2h_0)}{g}}\,, \qquad t_3 = 2 \cdot \sqrt{\frac{2(k^3h_0)}{g}}\,,$$

és általában

$$t_n = 2 \cdot \sqrt{\frac{2(k^nh_0)}{g}}\,.$$

A labda megállásáig összesen

$$T = t_0 + t_1 + t_2 + t_3 + \ldots = 2 \cdot \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \left(\frac{1}{2} + \sqrt{k} + \sqrt{k^2} + \sqrt{k^3} + \ldots \right)$$

idő telik el, ahol a feladat szövege szerint $T = 3$ s. A zárójelben álló kifejezés a „végtelen” mértani sor összegképletének felhasználásával számítható ki:

$$\frac{1}{2} + \sqrt{k} + \sqrt{k^2} + \sqrt{k^3} + \ldots = \left(1 + \sqrt{k} + \sqrt{k^2} + \sqrt{k^3} + \ldots\right) - \frac{1}{2} = \frac{1}{1 - \sqrt{k}} - \frac{1}{2}\,.$$

Eszerint

$$T = 2 \cdot \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \left(\frac{1}{1 - \sqrt{k}} - \frac{1}{2} \right),$$

ahonnan algebrai átalakítások és az adatok behelyettesítése után az ütközés rugalmatlanságát jellemző számra a

$$k = \left(\frac{T - \sqrt{\frac{2h_0}{g}}}{T + \sqrt{\frac{2h_0}{g}}} \right)^2 \approx 0{,}48$$

értéket kapjuk.

Ha azt akarjuk elérni, hogy a labda mindig ugyanolyan magasra pattanjon, a kezdeti E_0 helyzeti energiáját akkora mozgási energiával kell megnövelnünk, hogy fennálljon:

$$k \cdot \left(E_0 + \frac{1}{2}mv^2 \right) = E_0.$$

Innen a folyamatos pattogtatás „leütési sebességére”

$$v = \sqrt{2gh_0 \left(\frac{1}{k} - 1 \right)} \approx 5{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

adódik.