

Megoldás. Jelölje rendre a_i és b_i azt, hogy az i számjegy hány különböző sorban, illetve oszlopban fordul elő. Ha minden sor mellé és oszlop fölé odaírjuk, hogy ott mely számok találhatóak meg (legalább egyszer), akkor a sorok mellé összesen $\sum_{i=0}^9 a_i$, az oszlopok fölé pedig $\sum_{i=0}^9 b_i$ darab számot írtunk le. Tegyük fel, hogy – a feladat állításával

ellentétben – minden sorban és minden oszlopban egyaránt legfeljebb 3 különböző szám található. Ekkor $\sum_{i=0}^9 a_i \leq 30$

és $\sum_{i=0}^9 b_i \leq 30$, ezért

$$\sum_{i=0}^9 (a_i + b_i) = \sum_{i=0}^9 a_i + \sum_{i=0}^9 b_i \leq 60.$$

Ezek szerint léteznie kell olyan i számjegynek, amelyre $a_i + b_i \leq 6$. Erre $a_i b_i \leq \left(\frac{a_i + b_i}{2}\right)^2 \leq 9$. Azonban $a_i b_i \leq 9$ azt jelenti, hogy az i számjegy a táblázatban legfeljebb 9 helyen fordul elő. Ez az ellentmondás bizonyítja az állítást.