I. megoldás. Jelöljünk ki a gömbfelületen egy A pontot, melyet tekintsünk rögzítettnek. Válasszunk ki ezután a gömbfelületen egymástól függetlenül, véletlenszerűen három pontot. A keresett valószínűség megegyezik annak a valószínűségével, hogy ezen három pont és az A által meghatározott tetraéder tartalmazza a gömb középpontját. Mivel annak 0 a valószínűsége, hogy a négy pont közül kettő egybeessen, ezektől az esetektől eltekinthetünk – akárcsak attól, hogy a három kiválasztott pontra illeszkedő sík áthalad a gömb középpontján. Ha X, Y, Z három, ilyen módon választott pont, akkor az $AXYZ$ tetraéder pontosan akkor tartalmazza a gömb O középpontját, ha az OA' szakasz átmetszi az XYZ háromszöget, ahol A' az A pontnak O-ra való tükörképe.

A választandó ponthármasokat nyolcas csoportokba oszthatjuk a következő módon. Vegyünk fel három átellenes pontpárt – legyenek ezek (B,B'), (C,C'), (D,D') – úgy, hogy egyik pont sem esik egybe A-val, és a BCD sík nem halad át a gömb középpontján. Az így kapott hat pont konvex burka egy olyan oktaéder, amely szimmetrikus a gömb középpontjára, párhuzamos lappárjai pedig $(BCD,B'C'D')$, $(B'CD,BC'D')$, $(BC'D,B'CD')$ és $(BCD',B'C'D)$. Bármelyik lap csúcsai szóba jöhetnek, mint a három kiválasztandó pont, és minden szóba jövő ponthármas megfelel pontosan egy ilyen módon elképzelt oktaéder egyik lapjának. A megoldás ötlete a következő észrevételen alapul: a három pont véletlenszerű kiválasztását megtehetjük úgy, hogy először véletlenszerűen választunk három átellenes pontpárt, majd ezután minden egyes pontpárból 1/2–1/2 valószínűséggel kiválasztjuk valamelyik pontot. Más szóval, először véletlenszerűen választunk egy megfelelő oktédert, majd ezután egyenlő, egyenként 1/8 valószínűséggel annak valamelyik lapját, amelynek csúcsai alkotják a kiválasztott ponthármast.

Tekintsünk egy megfelelő oktaédert. Az A pontot a gömb O középpontjával összekötő egyenes az oktaéder két, egymással párhuzamos lapját metszi át, a többit elkerüli. A szimmetria miatt e két párhuzamos lapnak pontosan egyikét átmetszi az OA' szakasz, a másikat pedig nem. Ezért az adott oktaéderhez tartozó nyolc ponthármas közül pontosan egy lesz megfelelő. Mivel ez bármelyik oktaéderre elmondható, érvelésünk alapján a keresett valószínűség 1/8.

Megjegyzés. A három csúcs iménti „kétlépcsős" kiválasztásának jogossága szemléletesen nyilvánvalónak tűnhet, valójában bizonyítást igényel, ami a középiskolai matematika eszközeit meghaladja – ezért nem is részletezzük (és természetesen megoldóinktól sem vártuk el). Ebben a szigorú értelemben az alábbi megoldás sem tekinthető hiánytalannak; viszont, akárcsak az előző, ez is „koncepciózusan" mutatja meg, miért éppen 1/8 a keresett valószínűség értéke. Olvasásakor esetleg azon is érdemes lehet elgondolkodni, mennyiben (nem) más ez a megoldás, mint az első.

II. megoldás. Használjuk az előző megoldás jelöléseit: a gömb X pontjának a középpontra való tükörképét jelölje X'. Az A, B, C, D pontok közül válasszuk ki előbb az első hármat, A-t, B-t és C-t; az $ABCD$ tetraéder pontosan akkor tartalmazza (belsejében) a gömb középpontját, ha az utolsóként választandó D pont az $A'B'C'$ gömbháromszögbe esik. Annak (feltételes) valószínűsége tehát, hogy a D pontot megfelelően választjuk (*feltéve,* hogy A, B, C már valahogyan kiválasztásra került) az $A'B'C'$ gömbháromszög felszínének a gömb felszínéhez viszonyított aránya. A négy pont megfelelő kiválasztásának valószínűsége így az előbbi aránynak (egy tetszőleges gömbháromszög felszíne a gömb felszínének hányadrésze) az átlaga (*várható értéke*) lesz. Ennek közvetlen kiszámítása helyett vegyük észre, hogy az ABC, $A'BC$, $AB'C$, ABC', $A'B'C$, $A'BC'$, $AB'C'$, $A'B'C'$ gömbháromszögek egyrétűen lefedik a gömb felszínét, ezért felszínük összege éppen a gömb felszíne. Mivel mindegyik gömbháromszög felszínének ugyanaz a várható értéke, ez a közös érték a gömb felszínének 1/8 része.