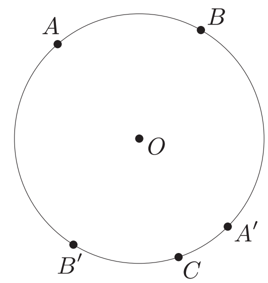
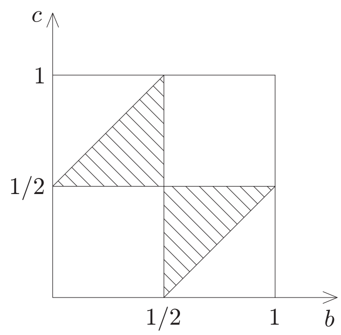
I. megoldás. Tegyük fel az egyszerűség kedvéért, hogy a kör kerülete egységnyi, és legyen A a körvonal egy rögzített pontja. Szimmetria okok miatt a keresett valószínűség megegyezik annak a valószínűségével, hogy ha egymástól függetlenül egy B és egy C pontot kiválasztunk a körvonalon, akkor a kör O középpontja az ABC háromszög belsejébe esik. Ha az A, B pontok O-ra való tükörképét A', B' jelöli, akkor ez éppen azt jelenti, hogy

$B \neq A, A'$ és C a (rövidebbik) $A'B'$ ív belső pontja.



Rögzítve egy körüljárási irányt, kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést létesíthetünk az összes (B, C) pontpárok és a $[0, 1) \times [0, 1)$ egységnégyzet (b, c) pontjai között, ahol egy X pontra x jelöli az irányított AX ív hosszát.

Az ABC háromszög hegyesszögű voltának megfelelő (b, c) pontok halmazát az *ábrán* bevonalkázott rész szemlélteti, a határpontokat figyelmen kívül hagyva.



Mivel annak valószínűsége, hogy a P pont egy adott XY ívre esik, megegyezik az XY ív hosszával, a B, C pontok független választása miatt úgy érvelhetünk, hogy a keresett valószínűség megegyezik a bevonalkázott tartomány területével (pontosabban e területnek a teljes egységnégyzet területéhez való arányával), ami éppen $1/4$.

II. megoldás. Használjuk továbbra is az I. megoldás jelöléseit. Az A csúcsot tekintsük most is rögzítettnek, továbbá tegyük fel, hogy már a B csúcsot is kiválasztottuk; ennek az A-tól való ívtávolsága (a rövidebbik AB ív hossza) legyen α $(0 < \alpha < 1/2)$. Meghatározzuk az α függvényében annak a (feltételes) valószínűségét, hogy a harmadik, C pont megválasztásával az ABC háromszög hegyesszögű. Mint láttuk, ez pontosan akkor van így, ha C a rövidebbik $A'B'$ körív belső pontja. Ennek – az AB-vel egybevágó – körívnek a hossza ugyancsak α, ezért C megfelelő választásának valószínűsége $\alpha/1 = \alpha$. A feladat kérdésére adandó válasz az α „átlaga” (pontosabban a $(0, 1/2)$ intervallumon értelmezett $\alpha \to \alpha$ függvény integrál-közepe az adott intervallumon), ami $(1/8)/(1/2) = 1/4$.

Megjegyzés. A probléma térbeli változatát a **B. 4086.** feladatban fogalmaztuk meg. Az ahhoz közölt megoldás magyarázatot ad az eredmények gyanús „szabályosságára” is: a síkbeli $1/4 = 1/2^2$ mellett a tetraéderre vonatkozó megfelelő valószínűség $1/8 = 1/2^3$. A térbeli változat bármelyik megoldása igen egyszerűen adaptálható a síkra; az így kapható III. megoldás(ok) megfogalmazását az Olvasóra bízzuk.