I. megoldás. $n=1$-re $2^4+1=17$, $n=2$-re $2^8-1=(2^4+1)(2^4-1)=17\cdot 15$.

Sejtésünk az, hogy ha n páratlan, akkor 17 a $(2^{4n}-1)$-nek, ha pedig páros, akkor a $(2^{4n}+1)$-nek osztója. Sejtésünket teljes indukcióval bizonyítjuk.

Legyen $n=2k+1$ $(k=0,1,2,\dots)$. Láttuk, hogy $n=1$-re igaz az állítás. Tegyük fel, hogy $n=(2k+1)$-re is igaz, azaz

$$2^{4(2k+1)}+1=2^{8k+4}+1=17\cdot x,$$

ahol x egész. Belátjuk, hogy akkor $n=\left[2(k+1)+1\right]$-re is igaz, vagyis a tulajdonság öröklődik.

$$2^{4[2(k+1)+1]}+1=2^{8k+4}\cdot 2^8+1=(17x-1)\cdot 2^8+1=17\cdot 2^8\,x-2^8+1=$$
$$=17\cdot 256\cdot x-255=17\cdot 256\cdot x-17\cdot 15,$$

s ez osztható 17-tel.

Legyen most $n=2k$ $(k=1,2,3,\dots)$. $n=2$-re igaz az állítás. Tegyük fel, hogy $n=2k$-ra is igaz: $2^{4n}-1=2^{8k}-1=17\cdot y$, és legyen $n=2(k+1)$, ekkor

$$2^{4(2(k+1))}-1=2^{8k}\cdot 2^8-1=(17y+1)\cdot 2^8-1=17\cdot 256\cdot y+17\cdot 15.$$

Valóban, ez is osztható 17-tel. Ezzel a bizonyítást befejeztük.

II. megoldás. $2^{4n}=\left(2^4\right)^n=16^n$.

Legyen n páros, ekkor $n=2k$, és

$$2^{4n}-1=16^{2k}-1^{2k}=(16+1)(16^{2k-1}-16^{2k-2}+16^{2k-3}-\ldots+16-1)=17\cdot a,$$

ahol $a\geq 1$ és egész, amennyiben $k\geq 1$. Vagyis ha n pozitív páros szám, akkor $17\mid 2^{4n}-1$.

Legyen n páratlan, ekkor $n=2k+1$, és

$$2^{4n}+1=16^{2k+1}-1^{2k+1}=(16+1)(16^{2k}-16^{2k-1}+16^{2k-2}-\ldots-16+1)=17\cdot b,$$

ahol $b\geq 1$ és egész, amennyiben $k\geq 1$. Vagyis ha n pozitív páratlan szám, akkor $17\mid 2^{4n}+1$.