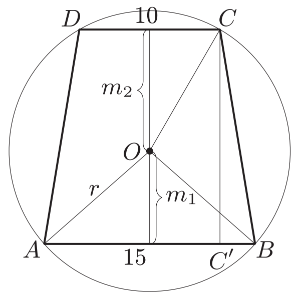
Megoldás. A megadott adatoknak megfelelően két trapéz is létezik. Az egyik a kör középpontját a belsejében tartalmazza. A másik esetben a kör középpontja a trapézon kívül van. Számoljuk ki mindkét esetben a szárak hosszát és a trapéz területét.



Először az első esetet vizsgáljuk. Jelöljük a trapéz csúcsait A, B, C, D-vel, középpontját O-val az *ábra* szerint. Állítsunk a középpontból merőlegeseket a trapéz alapjaira. Jelöljük az alapoktól való távolságukat m_1-gyel és m_2-vel, $OC = 10$.

$$m_1^2 = 10^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2 = 100 - \frac{225}{4} = \frac{175}{4}, \quad m_1 = \frac{5\sqrt{7}}{2};$$

$$m_2^2 = 10^2 - 5^2 = 75, \quad m_2 = 5\sqrt{3}.$$

A trapéz magassága:

$$m_1 + m_2 = \frac{5\sqrt{7} + 10\sqrt{3}}{2}.$$

Területe:

$$\frac{10+15}{2} \cdot \frac{5\sqrt{7} + 10\sqrt{3}}{2} = \frac{125\sqrt{7} + 250\sqrt{3}}{4} \approx 190{,}93.$$

A trapéz szárának hosszát a Pitagorasz-tétel felhasználásával számítjuk ki: $BC^2 = (m_1 + m_2)^2 + BC'^2$, ahol C' a C merőleges vetülete AB-re.

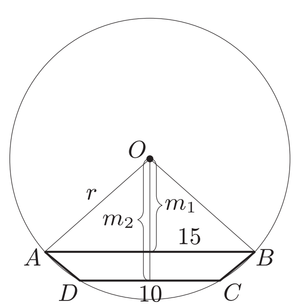
$$BC^2 = \left(\frac{5\sqrt{7} + 10\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{500 + 100\sqrt{21}}{4} \approx 239{,}56,$$

$$BC \approx 15{,}48.$$

A második esetben $m = m_2 - m_1$.

$$m = \frac{10\sqrt{3} - 5\sqrt{7}}{2};$$

$$T = \frac{10+15}{2} \cdot \frac{10\sqrt{3} - 5\sqrt{7}}{2} = \frac{250\sqrt{3} - 125\sqrt{7}}{4} \approx 25{,}57.$$



A trapéz szára:

$$DA^2 = \left(\frac{10\sqrt{3} - 5\sqrt{7}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{500 - 100\sqrt{21}}{4};$$

$$DA = \sqrt{\frac{500 - 100\sqrt{21}}{4}} \approx 3{,}23.$$