Megoldás. Legyen a háromszög A csúcsánál lévő szöge α. A feltételből adódóan:

$$CAE\sphericalangle = BAE\sphericalangle = \frac{\alpha}{2},$$

valamint

$$ABP\sphericalangle = ACQ\sphericalangle = 90^\circ - \alpha.$$

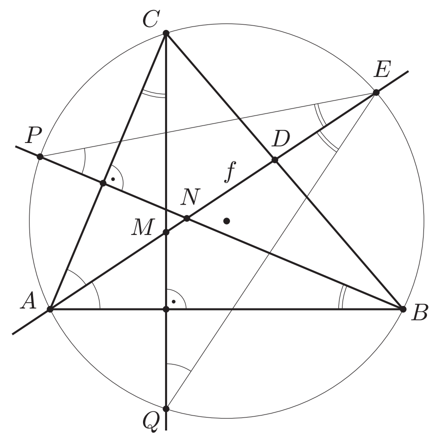
A kerületi szögek tétele alapján:

$$CAE\sphericalangle = CQE\sphericalangle \quad \text{és} \quad EAB\sphericalangle = EPB\sphericalangle,$$

amiből következik, hogy

$$CAE\sphericalangle = CQE\sphericalangle = EAB\sphericalangle = EPB\sphericalangle = \frac{\alpha}{2}.$$

Hasonlóan adódik az is, hogy $ACQ\sphericalangle = AEQ\sphericalangle = ABP\sphericalangle = AEP\sphericalangle = 90^\circ - \alpha$. Ha két háromszög szögei páronként egyenlőek, akkor a két háromszög hasonló egymáshoz. Vagyis $ANB\triangle \sim PNE\triangle \sim AMC\triangle \sim QME\triangle$.



Ennek alapján:

$$\frac{ME}{QE} = \frac{CM}{AC} \quad \text{és} \quad \frac{PE}{AB} = \frac{PN}{AN}.$$

A két egyenletet összeszorozva, majd rendezve:

$$\frac{PE \cdot AN \cdot ME}{QE \cdot CM \cdot NP} = \frac{AB}{AC}.$$

Azonban a szögfelező tétel miatt:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}, \quad \text{vagyis} \quad \frac{PE \cdot AN \cdot ME}{QE \cdot CM \cdot NP} = \frac{BD}{DC},$$

és éppen ezt kellett belátni.