Megoldás. Mivel az egyenletnek $x = 0$ nem gyöke, ekvivalens átalakítást hajtunk végre, ha x^2-tel elosztjuk. Rendezve:

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 13 = 0,$$

$$\left(\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\right) - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 13 = 0,$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 11 = 0.$$

Az $y = x + \dfrac{1}{x}$ helyettesítéssel ezt $y^2 - 7y + 11 = 0$ alakra hozhatjuk, amelynek megoldásai $y_{1,2} = \dfrac{7 \pm \sqrt{5}}{2}$. Ezért az eredeti egyenlet megoldásait az $x + \dfrac{1}{x} = y_i$, azaz $x^2 - y_i x + 1 = 0$ egyenletek megoldásai szolgáltatják. Mivel $y_i > 2$, mindkét egyenletnek két különböző valós gyöke van, nevezetesen

$$x_1 = \frac{7 + \sqrt{5} + \sqrt{38 + 14\sqrt{5}}}{4}, \qquad x_2 = \frac{7 + \sqrt{5} - \sqrt{38 + 14\sqrt{5}}}{4},$$

$$x_3 = \frac{7 - \sqrt{5} + \sqrt{38 - 14\sqrt{5}}}{4}, \qquad x_4 = \frac{7 - \sqrt{5} - \sqrt{38 - 14\sqrt{5}}}{4}.$$

Megjegyzés. Hasonló helyettesítéssel minden olyan páros $2n$-ed fokú egyenlet egy n-ed fokú és legfeljebb n darab másodfokú egyenletre vezethető vissza, ahol x^k és x^{2n-k} együtthatója megegyezik, minden $k = 0, 1, \ldots, 2n$-re. Szokás az ilyen egyenleteket reciprok-egyenletnek, illetve a megfelelő polinomokat reciprok-polinomnak hívni. Az elnevezés alapja az, hogy ha egy ilyen polinomnak egy c szám gyöke, akkor gyöke az $\dfrac{1}{c}$ is, méghozzá ugyanakkora multiplicitással, mint c. A fele akkora fokú egyenletre való visszavezetés általában azon múlik, hogy (minden k pozitív egészre) $x^k + \dfrac{1}{x^k}$ felírható $x + \dfrac{1}{x}$ (k-ad fokú) polinomjaként. Ezt például a k-ra vonatkozó indukcióval láthatjuk be: $k = 1$-re ez triviális; tegyük fel, hogy igaz minden $k < m$-re. Ekkor igaz $k = m$-re is, mivel

$$x^m + \frac{1}{x^m} = \left(x^{m-1} + \frac{1}{x^{m-1}}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) - \left(x^{m-2} + \frac{1}{x^{m-2}}\right),$$

és az indukciós feltevés értelmében $x^{m-1} + \dfrac{1}{x^{m-1}}$ és $x^{m-2} + \dfrac{1}{x^{m-2}}$ felírható $x + \dfrac{1}{x}$ (megfelelő fokú) polinomjaként.