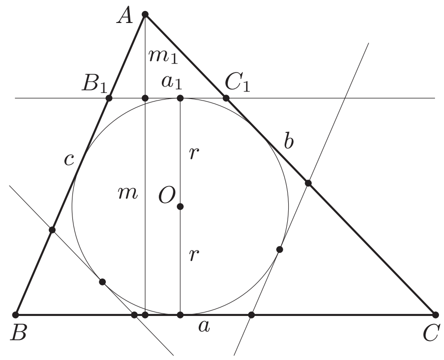
Megoldás. Vizsgáljuk az a oldallal párhuzamos érintő által levágott AB_1C_1 háromszöget. Mivel a_1 és a párhuzamosak, a kis háromszög hasonló az eredetihez, vagyis

$$\frac{m_1}{m} = \frac{r_a}{r},$$

ahol r_a a kis háromszögbe írt kör sugara.



Tudjuk, hogy $m_1 = m - 2r$, ezt behelyettesítve:

$$\frac{m-2r}{m} = \frac{r_a}{r}.$$

A háromszög területe: $T = \dfrac{a \cdot m}{2}$, vagyis $m = \dfrac{2T}{a}$. Ezt beírva a fenti egyenletbe:

$$\frac{\frac{2T}{a} - 2r}{\frac{2T}{a}} = \frac{r_a}{r},$$

amiből r_a-t kifejezve és egyszerűsítve a kifejezést:

$$r_a = \frac{\frac{2T-2ar}{a}}{\frac{2T}{a}} \cdot r = \frac{T-ar}{T} \cdot r.$$

Hasonlóképpen $r_b = \dfrac{T-br}{T} \cdot r$ és $r_c = \dfrac{T-cr}{T} \cdot r$.

Összegezve:

$$r_a + r_b + r_c = \frac{T-ar}{T} \cdot r + \frac{T-br}{T} \cdot r + \frac{T-cr}{T} \cdot r = \frac{r}{T}\big[3T - r(a+b+c)\big].$$

Tudjuk, hogy

$$T = \frac{(a+b+c)r}{2}, \quad \text{így} \quad r_a + r_b + r_c = \frac{r}{T}[3T - 2T] = r.$$

Ezzel beláttuk, hogy a lemetszett háromszögekbe írt körök sugarainak összege megegyezik a háromszög beírt körének sugarával.