I. megoldás. Jelölje az átfogóhoz tartozó magasságot m. A háromszög területét kétféleképpen felírva: $t=\frac{c^2}{8}=\frac{cm}{2}$, amiből $c=4m$.

Az m magasság a c oldalt így egy x és egy $4m-x$ hosszú szakaszra osztja. A magasságtételt felírva: $m^2=x(4m-x)$, ahonnan $x^2-4mx+m^2=0$. Ezt x-re megoldva kapjuk, hogy

$$x_{1,2}=\frac{4m\pm\sqrt{16m^2-4m^2}}{2}=\left(2\pm\sqrt{3}\right)m.$$

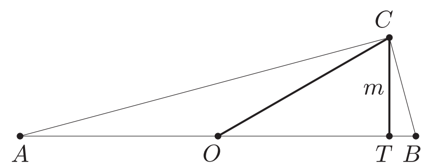
Ha a $\left(2+\sqrt{3}\right)m$ hosszú rész és a hozzá csatlakozó befogó által bezárt szöget α jelöli, akkor $\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$. A számológép azt adja ki, hogy ekkor $\alpha=15^\circ$.

Valóban, az addíciós tételek szerint

$$\operatorname{tg}15^\circ=\frac{\sin 30^\circ}{1+\cos 30^\circ}=\frac{1/2}{1+\sqrt{3}/2}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}.$$

Mivel $2+\sqrt{3}$ és $2-\sqrt{3}$ egymás reciproka, a másik szög tényleg 75°, a feladatnak tehát egyetlen megoldása van.

II. megoldás. Az átfogóhoz tartozó magasságot m-mel jelölve, a területet kétféleképpen felírva: $t=\frac{c^2}{8}=\frac{cm}{2}$, ebből $m=\frac{c}{4}$.



Az AB szakasz felezőpontját jelölje O. A Thalész-tétel megfordítása szerint $OA=OB=OC=\frac{c}{2}$. A COT háromszögben:

$$\sin COT\sphericalangle=\frac{\frac{c}{4}}{\frac{c}{2}}=\frac{1}{2},$$

és mivel a szög hegyesszög, azért $COT\sphericalangle=30^\circ$. Mivel ez a szög az OAC háromszög külső szöge, $COT\sphericalangle=OAC\sphericalangle+OCA\sphericalangle=30^\circ$. Az OAC háromszög egyenlő szárú, így ebből $BAC\sphericalangle=OAC\sphericalangle=OCA\sphericalangle=30^\circ/2=15^\circ$ következik. A harmadik szög, $ABC\sphericalangle$ nagysága pedig 75°.

III. megoldás. A háromszög oldalait és szögeit a szokásos módon jelöljük. Tudjuk, hogy $a=c\sin\alpha$ és $b=c\cos\alpha$. Ezt felhasználva

$$\frac{c^2}{8}=t=\frac{ab}{2}=\frac{c\sin\alpha\cdot c\cos\alpha}{2},$$

innen $c^2\neq 0$-val való osztás és 4-gyel való szorzás után kapjuk, hogy

$$\frac{1}{2}=2\sin\alpha\cos\alpha=\sin 2\alpha,$$

amiből $2\alpha=30^\circ$ vagy $2\alpha=150^\circ$, és így $\alpha=15^\circ$ vagy $\alpha=75^\circ$ következik.

Tehát a háromszög szögeinek pontos értéke 90°, 75° és 15°.