

**Megoldás.** Rendezzük át az egyenletet és alakítsuk szorzattá:

$$y^4 - x^2 = (y^2 - x)(y^2 + x) = 12.$$

A szorzat tényezői a 12 osztói közül a következő párok lehetnek:

$$(1; 12), \quad (-1; -12), \quad (2; 6), \quad (-2; -6), \quad (3; 4), \quad (-3; -4).$$

Az eredeti egyenletből leolvashatjuk, hogy  $y^4$  és  $x^2$ , és ezzel együtt  $y$  és  $x$  paritása megegyezik, vagyis vagy mindkettő páros, vagy mindkettő páratlan. Így csak a következő eseteket kell vizsgálnunk:  $(2; 6)$  és  $(-2; -6)$ .

Legyen először

$$\begin{array}{l} y^2 - x = 2, \\ y^2 + x = 6, \end{array} \quad \text{vagy} \quad \begin{array}{l} y^2 - x = 6, \\ y^2 + x = 2. \end{array}$$

Az első egyenletrendszerből:  $2y^2 = 8$ ,  $y = \pm 2$  és  $x = 2$ .

A második egyenletrendszerből:  $2y^2 = 8$ ,  $y = \pm 2$  és  $x = -2$ .

Ha viszont  $y^2 - x = -2$  és  $y^2 + x = -6$ , akkor  $2y^2 = -8 < 0$  miatt nincs megoldása az egyenletnek.

Hasonlóképpen, ha  $y^2 - x = -6$  és  $y^2 + x = -2$ , akkor sincs megoldás.

Az egyenlet összes megoldása: ha  $x = 2$ , akkor  $y = 2$  vagy  $y = -2$ ; vagy ha  $x = -2$ , akkor  $y = 2$  vagy  $y = -2$ .