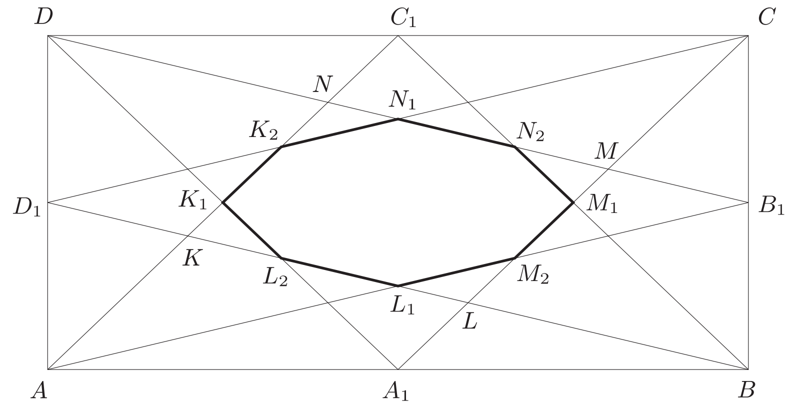
I. megoldás. Az adott $ABCD$ téglalap területét jelölje T, az oldalak felezőpontjai legyenek A_1, B_1, C_1, D_1. A K, K_1 és K_2 pontok jelöljék rendre az AC_1 szakasznak a BD_1, DA_1 és CD_1 szakaszokkal való metszéspontjait. Hasonlóan képezzük az L, L_1, L_2, valamint az M, M_1, M_2, illetve az N, N_1, N_2 pontokat.



Szemköztes oldalainak párhuzamossága miatt az AA_1CC_1 négyszög paralelogramma, melynek magassága megegyezik az $ABCD$ téglalap AB oldalához tartozó magasságával, az alapja pedig fele az adott téglalap AB alapjának; ezért a paralelogramma területe $\frac{T}{2}$.

Hasonlóan a $KLMN$ négyszög ugyancsak paralelogramma. Ennek a paralelogrammának a magassága megegyezik az AA_1CC_1 paralelogramma A_1C és AC_1 oldalai közötti magassággal. Számítsuk ki a paralelogramma KN oldalát: a D_1K, MB_1 és C_1L szakaszok az AND, CLB és DMC háromszögek középvonalai. Ebből következik, hogy $AK = KN = LM = MC = 2NC_1$. Tudjuk még, hogy $NAD\triangle \sim NC_1L_1\triangle$ és így

$$\frac{C_1N}{AN} = \frac{C_1L_1}{AD} = \frac{1}{4}, \quad \text{tehát} \quad KN = \frac{2}{5}AC_1.$$

Ezért a $KLMN$ paralelogramma területe $\frac{T}{5}$.

A K_1 pont az AA_1C_1D téglalap átlóinak metszéspontja, ezért $AK_1 = K_1C_1$.

A K_2 pont az ACD háromszög AC_1 és CD_1 súlyvonalainak a metszéspontja, tehát az ACD háromszög súlypontja, ezért $AK_2 = 2K_2C_1$.

Ezekből kapjuk, hogy

$$KK_1 = AK_1 - AK = \frac{1}{2}AC_1 - KN = \frac{5}{4}KN - KN = \frac{1}{4}KN$$

és

$$K_2N = AN - AK_2 = 2KN - \frac{2}{3}AC_1 = 2KN - \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2}KN = \frac{1}{3}KN.$$

Hasonlóan kapjuk, hogy $KL_2 = \frac{KL}{3}$. Ezért:

$$T_{KK_1L_2} = \frac{1}{2}KK_1 \cdot KL_2 \cdot \sin K_1KL_2\sphericalangle = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}KN \cdot \frac{1}{3} \cdot KL \cdot \sin NKL\sphericalangle =$$

$$= \frac{1}{12}T_{NKL} = \frac{1}{24}T_{KLMN} = \frac{1}{120}T.$$

Hasonlóan kapjuk, hogy $T_{LL_1M_2} = T_{MM_1N_2} = T_{NN_1K_2} = \frac{T}{120}$.

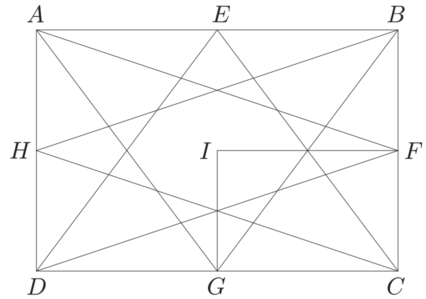
Így végül:

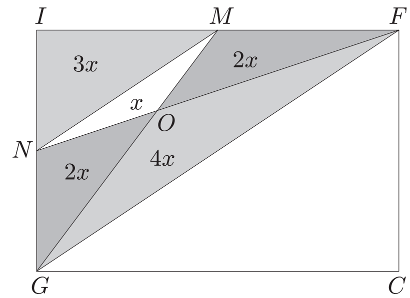
$$T_{K_1L_2L_1M_2M_1N_2N_1K_2} = \frac{1}{5}T - 4 \cdot \frac{1}{120}T = \frac{6-1}{30}T = \frac{1}{6}T.$$

A kapott nyolcszög területe tehát $\frac{1}{6}$ része az eredeti téglalap területének.

II. megoldás. A téglalap két oldalfelező merőlegese (melyeknek metszéspontja I) négy egybevágó részre osztja a téglalapot. Elég az egyik ilyen részt megvizsgálni.

Nyilván BG felezi az IF, HC pedig az IG szakaszt.





Az IFG háromszög súlyvonalai harmadolják egymást, és felezik a háromszög területét. Legyen az $OMN\triangle$ területe x. Mivel $2NO = OF$, azért $2t_{NOM} = t_{FMO} = 2x$. Mivel MN az $INF\triangle$ súlyvonala, azért $t_{INM} = t_{OMN} + t_{OFM} = 3x$. Innen $t_{NGF} = t_{INF} = 6x$.

A keresett arány:

$$\frac{3x + x}{2 \cdot (3x + x + 2x + 6x)} = \frac{4x}{24x} = \frac{1}{6}.$$

A keletkezett nyolcszög területe hatodrésze a téglalap területének.