I. megoldás. Tekintsünk a gráfban egy tetszőleges p_0q_0 élt (ami a p_0 és a q_0 csúcsot köti össze). Egészítsük ki ezt egy tovább már nem bővíthető $U = p_n p_{n-1} \dots p_1 p_0 q_0 q_1 \dots q_{m-1} q_m$ úttá. (Ez biztosan megtehető, hiszen a feladat egyik feltétele szerint minden út hossza legfeljebb k lehet.) Ha p_n és a q_m csúcsokat él köti össze, akkor ezzel az éllel a $p_n q_m$ út kört határoz meg, ami tartalmazza a kiválasztott élt. (U nem állhat az egyetlen p_0q_0 élből, mivel akkor mindkét csúcs foka 1 lenne); a továbbiakban feltehetjük, hogy nem ez a helyzet. A fokszámokra adott feltétel miatt p_n és q_m is legalább $k/2$ csúccsal van összekötve; ezek a csúcsok valamennyien U-hoz tartoznak, ellenkező esetben ugyanis U legalább az egyik végén bővíthető lenne egy további éllel és annak (U-n kívül eső) végpontjával. Mivel feltettük, hogy p_n és q_m nincs egymással összekötve, a p_n és a q_m csúcsok valamennyi szomszédja a $p_{n-1}, \dots, p_1, p_0, q_0, \dots, q_{m-1}$ pontok közül kerül ki; ezek száma $n + m < n + m + 1 \leq k = k/2 + k/2$. Ebből következik, hogy a $p_{n-1}, \dots, p_1, p_0, q_0, \dots, q_{m-1}$ pontok között van olyan y, amely p_n-nel és q_m-mel is össze van kötve. Így az U minden éle benne van a $p_n p_{n-1} \dots y p_n$ vagy az $y \dots q_{m-1} q_m y$ körök valamelyikében, tehát a p_0q_0 él is.

II. megoldás. G, mint minden gráf összefüggő komponensekre bomlik, és ezen komponensek mindegyikére teljesül a feladat valamennyi feltétele. Az állítást ezért elegendő összefüggő gráfokra igazolnunk; ennek jegyében feltehetjük, hogy G összefüggő. Indirekt bizonyítunk: tegyük föl, hogy az a_1 és a_2 csúcsokat öszekötő él nincs benne körben. Ha a gráfból ezt az élt elhagyjuk, a kapott G' gráf már nem összefüggő, hiszen benne az a_1-et a_2-vel összekötő utat az a_1a_2 éllel (immáron G-ben) kiegészítve kört kapnánk. Mivel G' az a_1a_2 él visszahúzásával az összefüggő G gráffá válik, G' két összefüggő komponensre bomlik: az a_i csúcsot tartalmazó komponensét jelölje A_i $(i = 1, 2)$. Legyen $k/2$ felső egész-része n; megmutatjuk, hogy az A_i gráfban létezik az a_i-ből induló, n hosszúságú út. Ehhez csupán azt kell észrevennünk, hogy A_i-ben minden, a_i-től különböző pont foka legalább n (ugyanitt a_i foka legalább $n - 1$). Ha pedig egy (A_i-beli) $a_i x_1 x_2 \dots x_v$ út hossza $v < n$, akkor x_v foka legalább n lévén, az $a_i, x_1, x_2, \dots, x_{v-1}$ pontokon kívül még legalább egy további x_{v+1} csúccsal is össze van kötve, tehát az előbbi út 1-gyel meghosszabbítható, stb. Végül, ha U_1 egy n hosszúságú út (A_1-ben) x-ből a_1-be, hasonlóan U_2 egy n hosszúságú út (A_2-ben) a_2-ből y-ba, akkor az ezek összekapcsolásával keletkező $U_1 a_1 a_2 U_2$ út hossza $2n + 1 \geq 2 \cdot \dfrac{k}{2} + 1 = k + 1 > k$, ami ellentmondás.